

# 1D05 航空機着氷の予測に向けた粒子法と埋め込み物体法の 連成による液滴分裂の数値解析

○辻村光樹, 窪田健一（宇宙航空研究開発機構）

Numerical analysis of droplet breakup by coupling particle method and immersed solid method for  
aircraft icing prediction

Hiroki Tsujimura and Kenichi Kubota (JAXA)

Key Words : Multi-phase Flow, Numerical Analysis, CFD

## Abstract

Detailed numerical simulation of a supercooled droplet's behavior, including the deformation due to aerodynamic force just before impinging to an airfoil, could contribute to further understand the physics of aircraft icing and improve the reliability of numerical icing prediction. This presentation will introduce a particle-grid hybrid method, where the droplet dynamics predicted by a particle method and the gas flow solved by a finite volume method are coupled by the immersed solid method, and will show that the method can reproduce the well-known bag/plume and plume/shear breakup regimes.

## 1. 緒言

着氷による空力性能悪化は、航空機の安全審査における重要な評価項目である。着氷形状の評価は、主には風洞試験と飛行試験により行われるが、設計・認証プロセスを効率化するためには数値シミュレーションを併用または代替できることが期待されている。着氷の数値予測では、翼面上の水を水膜に近似する [1] ことが主流だが、水滴個々の挙動が重要となる supercooled large drop (SLD) 着氷や scallop ice 等の複雑形状着氷の予測では、水滴の直接解像が必要となる。流体のラグランジュ型解法である粒子法は、界面の大変形を伴う流れの計算を得意とすることから、SLD の挙動解析に活用されており [2,3]、発表者らも、過冷却解除を適切にモデル化することで過冷却水滴の物体への衝突・固着が解けるようになることを示したところである [4]。粒子法は、着氷予測の物理忠実度を向上させる手法の一つである。

水滴は、航空機体に衝突する直前に、気流場の変化により空気力を受け、変形・分裂する [5]。この挙動は、引き続き水滴ランバックと凍結の初期条件となることから、着氷予測では考慮すべき重要な現象である。気流中における液滴分裂には、液体微粒化の基礎現象であることから、数多の実験研究がある。例えば Pilch and Erdman [6] や Dai and Faeth [7] は、液滴の分裂様式を図1のように分類した。数値解析の例もあるが、精細な格子を液滴が通過する空間全体に張る必要があるため、現象理解を目的とした液滴1個の分裂解析 [8] に限られてきた。

発表者らはこれまでに、航空機タイヤによる水跳

ねや液体燃料微粒化の数値解析手法として、液体を粒子法、気流を格子法で計算し、双方向連成させる粒子・格子ハイブリッド法を開発してきており [9,10]、液滴分裂についても定性的に予測可能であった。しかし、本手法で使用してきた、極超音速分野で使われるニュートン流理論を応用した気液連成法には、気流が液体内部を透過してしまう課題があった。そこで今回は、梶島らの埋め込み物体法 (Immersed Solid Method: ISM) [11] により、液体粒子背後の仮想的な気流速度を液体速度に上書きする方法を試した。本発表では、球まわり流れの計算をとおして ISM を検証し、液滴表面における空気力の評価方法を検討したのち、液滴分裂の計算結果を示す。

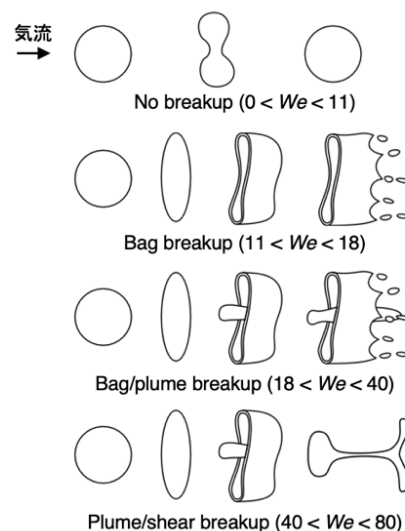


図1. Dai and Faeth による液滴の分裂様式分類 [7]

## 2. 粒子法による液体計算法

粒子法による液体計算には、JAXA の粒子解析ソフトウェア P-Flow [9] を使用した。P-Flow は、非圧縮性流体の解法である Moving Particle Simulation (MPS) 法 [12] のうち、擬似圧縮性を仮定して圧力を評価する MPS 陽解法 [13] を使用する。MPS 法は、圧力勾配項以外で流れ場を予測した後、圧力を評価し、圧力勾配項により流れ場を修正する 2 段階法である。すなわち、粒子  $i$  の運動を次式のように更新する。

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{u}_i^* - \mathbf{u}_i^k}{\Delta t_L} &= \nu_L \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i \\ &= \nu_L \frac{2D_s}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} [(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w_{ij}] \quad (1)\end{aligned}$$

$$p_i = p_\infty + c_s^2 \rho_L \left( \frac{n_i - n^0}{n^0} \right) \quad (2)$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^*}{\Delta t_L} &= -\frac{1}{\rho_L} \langle \nabla p \rangle_i \\ &= -\frac{1}{\rho_L} \frac{D_s}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{p_j - \hat{p}_i}{r_{ij}^2} \mathbf{r}_{ij} w_{ij} \right] \quad (3)\end{aligned}$$

ここで  $\mathbf{u}, p$  は流速と圧力、 $\rho_L, \nu_L$  は液体の密度と動粘性係数、 $\Delta t_L$  は粒子法の時間刻み、上付き添字は時刻ステップを表す。式 (1,3) の  $j$  は近傍粒子を表し、 $\mathbf{r}_{ij}, r_{ij}$  は粒子  $i, j$  間の相対位置ベクトルおよび距離、 $w_{ij} = w(r_{ij})$  は重み関数、 $\lambda^0, n^0$  は重み関数の規格化定数、 $D_s$  は空間次元数である。式 (2) において、 $p_\infty$  は大気圧、 $c_s$  は擬似音速、 $n_i = \sum_{j \neq i} w_{ij}$  は粒子数密度である。式 (3) の  $\hat{p}_i$  は近傍粒子中の最低圧力であり、計算不安定を防ぐため  $p_i$  の代わりに用いられる。本研究では、圧力勾配項を Gradient Correction モデル [14] で修正した。また Dynamic Stabilization モデル [15] により計算を安定化させた。

表面張力は、表面粒子の圧力を次式で評価する Surface Tension as Pressure (STP) モデル [16] により考慮した。

$$p_i = p_\infty + \sigma \kappa_i \quad (4)$$

ここで  $\sigma$  は表面張力係数、 $\kappa_i = \langle \nabla \cdot \hat{\mathbf{n}} \rangle_i$  は表面曲率であり、表面法線ベクトル  $\hat{\mathbf{n}}$  の発散として MPS 法の近似式で評価した。

液体表面が気流から受ける空気力は、

- (a) 格子法で算出される気流の静圧  $p_G$
- (b) 格子法で解像されないサブグリッドスケールの空気力  $p_{SGS}$

の和とし、表面粒子の圧力に加算した。それぞれの評価方法は後述する。球形液滴にかかる空気抵抗力は圧力抗力が支配的なため、液体表面における接線方向の空気力は無視することとした。

## 3. 埋め込み物体法による粒子・格子連成法

格子法による気流計算には、JAXA の有限体積法による圧縮性流体解析ソルバ FaSTAR [17] を使用し、Smagorinsky モデルを用いた LES 計算を実施した。

本研究の粒子・格子ハイブリッド法では、気流計算用の等間隔直交格子が張られた範囲内を、粒子群で表現された液体が運動する。つまり、液体の背後にも気流計算セルがある。格子幅が液体径に対して十分に細かいとき、液体背後にある格子セルの速度を液体の速度に一致させれば、液体まわりの気流場を評価できると考えられる。梶島らの埋め込み物体法

(ISM、または体積分型埋め込み境界法) では、物体が流体セル中に占める体積割合を  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )、物体の移動速度を  $\mathbf{u}_s$  とするとき、流体の運動方程式に次の体積分を加える。

$$\mathbf{f}_s = \alpha \frac{\mathbf{u}_s - \mathbf{u}^*}{\Delta t_G} \quad (5)$$

ここで  $\mathbf{u}^*$  は体積分  $\mathbf{f}_s$  を足さずに評価した流体の速度、 $\Delta t_G$  は格子法の時間刻みである。物体内部に埋められたセル ( $\alpha = 1$ ) では、速度が  $\mathbf{u}_s$  に上書きされ、物体表面が交差するセル ( $0 < \alpha < 1$ ) では、速度が  $(1 - \alpha)\mathbf{u}^* + \alpha\mathbf{u}_s$  に変更される。粒子・格子ハイブリッド法では、 $\alpha$  を気流計算セル中に占める液体粒子の体積割合、 $\mathbf{u}_s$  をセル中の液体粒子の平均速度として、式 (5) の体積分を評価し、気流計算の支配方程式に加えた。

ISM の検証のため、一様流中に置かれた球まわりの流れを計算した。球は空間固定された粒子群で表現した。後の液滴分裂計算に近い物理条件として、球直径を  $D = 0.5 \text{ mm}$ 、レイノルズ数を 2,000 (マッハ数 0.18) とした。気流が層流剥離する条件である。格子解像度を  $D/\Delta x = 1, 2, 4, 8, 16, 32$  ( $\Delta x$  はセル幅) とした。計算結果を図 2、3 に示す。図 2 より、球背後の速度がゼロとなり、気体が球を迂回するように流れる様子が見てとれる。このとき、球表面に隣接するセルまでが球の影響を受けており、2 セル幅程度の厚みをもつ速度境界層が形成されている。また、上流側よどみ点における圧力上昇、側方における圧力低下が、球表面に隣接するセルに見られる。そこで、球表面における静圧  $p_G$  を、表面粒子から  $0.5\Delta x$  だけ外側の静圧を線形内挿により評価したものとし、図 3 にプロットした。格子解像度が高いとき ( $D/\Delta x = 16, 32$ ) は実験の圧力分布が概ね再現されたが、低解像度 ( $D/\Delta x < 16$ ) ではよどみ点圧力、側方の負圧等が過小評価され、 $D/\Delta x = 1$  では静圧が大気圧から全く変化しない結果となった。以上より、液体形状を十分に捉えられる格子解像度があれば、液体表面にかかる空気力は、ISM による粒子・格子連成計算から算出される  $p_G$  で評価できることがわかった。

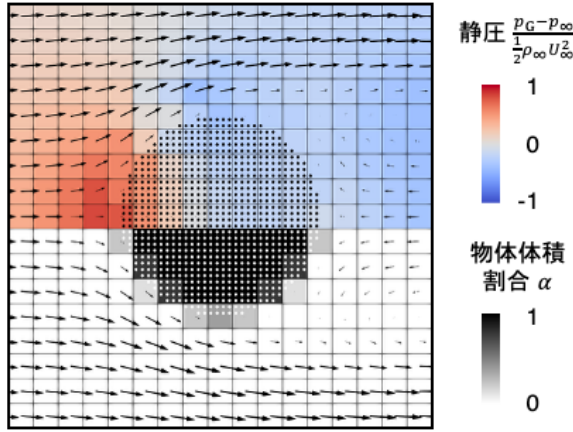


図2. ISM を用いた球まわり流れの計算結果。格子解像度  $D/\Delta x = 8$ 。矢印は気流速度を表す。粒子は実際の  $1/2$  の大きさで描かれている

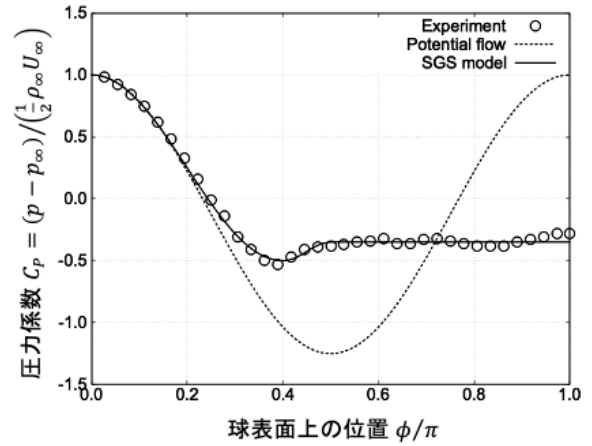


図4. SGS 空気力モデル

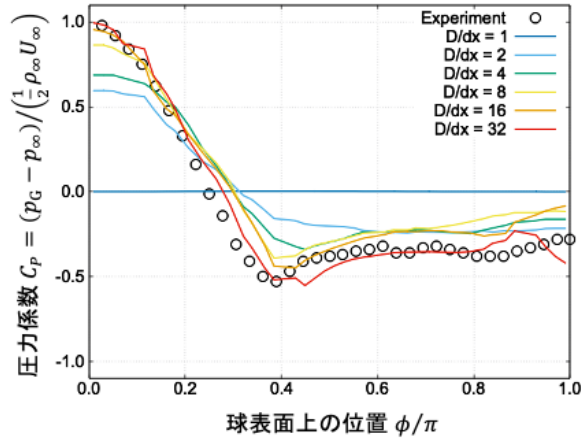


図3. ISM を用いた球まわり流れ計算で評価された球表面における圧力分布。Achenbach による実験 ( $Re = 1.62 \times 10^5$ ) [18] との比較

#### 4. サブグリッドスケール空気力モデル

粒子・格子連成計算では、格子解像度が不足するとき、液体表面に掛かる空気力を直接算出できないため、サブグリッドスケール (SGS) の物体形状に対応する空気力をモデル化する必要がある。そこで、液滴は球形であると仮定し、球表面の圧力分布を近似した SGS 空気力モデルを、次式のように定めた。

$$C_{p,SGS} = \begin{cases} C_a + (1 - C_a) \cos^2 \left( \frac{\pi/2}{\phi_a} \phi \right) & (0 \leq \phi \leq \phi_a) \\ C_a + (C_b - C_a) \cos^2 \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{\phi - \phi_a}{\frac{\pi}{2} - \phi_a} \right) & (\phi_a \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}) \\ C_b & (\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi) \end{cases} \quad (6)$$

$$p_{SGS} = \frac{1}{2} \rho_G |\mathbf{u}_G|^2 C_{p,SGS} \quad (7)$$

上流側の関数形は、球まわりポテンシャル流れの圧力分布を模倣し、 $\cos^2 \phi$  とした。側方での最低圧力は  $C_a = -0.5$ 、下流側剥離域の圧力は  $C_b = -0.35$  とし、 $\phi_a = 72^\circ$  は球全体にかかる抗力が  $C_D = 0.4$  となるように決めた。

表面粒子近傍の気流密度  $\rho_G$  と速度  $\mathbf{u}_G$  を評価するときは、液体表面における 2 セル幅程度速度境界層を避けるため、表面粒子から  $2\Delta x$  だけ外側の位置における各値の線形内挿値を採用した。そして、主流密度・速度は近似的に  $\rho_\infty = \rho_G, U_\infty = |\mathbf{u}_G|$  とした。また  $\phi$  については、気液の相対速度と液体表面の法線方向とがなす角度とした。

図3に示されたように、格子解像度が  $D/\Delta x = 1$  のときは、格子法による気流計算では空気力を全く評価できないが、 $1 < D/\Delta x < 16$  のときは、表面圧力分布はその傾向をある程度は捉えている。そこで、SGS 空気力モデルは、格子解像度に応じた重みを掛けた上で、表面粒子に掛かる空気力に足すこととした。重みは次式で評価した。

$$w_{SGS}(D_i) = \frac{16 - D_i/\Delta x}{16 - 1} \quad (8)$$

$D_i$  には、表面粒子  $i$  の属する液滴の直径を与えることが望ましいが、その算出は煩雑なため、近似として、液体表面の曲率直径  $D_i = 2/\kappa_i$  を用いることとした。

以上をまとめると、表面粒子  $i$  の圧力は、表面張力と空気力を考慮した、次式となる。

$$p_i = \sigma \kappa_i + p_G + w_{SGS} p_{SGS} \quad (9)$$

## 5. 液滴分裂の粒子・格子ハイブリッド計算

以上により構築した粒子・格子ハイブリッド法により、一様気流中における液滴分裂を計算した。液滴の初期形状は直径  $D_0 = 0.5 \text{ mm}$  の球とし、ウェーバー数  $We = \rho_\infty U_\infty^2 D_0^2 / \sigma$  を 8, 20, 50 とする条件を設定した（レイノルズ数 500 – 2,500, マッハ数 0.1 – 0.2）。粒子解像度は  $D_0/l_0 = 32$  ( $l_0$  は粒子径)、格子解像度は  $D_0/\Delta x = 8$  とした。

計算結果を図5に示す。 $We=8$  では、液滴は気流に垂直な方向へ広がったのち、分裂せずに振動した。 $We=20$  では、液滴は袋 (bag) 状に変形したのち、液膜部分が破裂し、外側には輪状の液塊 (rim)、中心部には柱状の液塊 (plume) が残る、bag/plume breakup となった。 $We=50$  では、液滴の側方に液膜が生じ、これが分裂することで、中心部に液柱 (plume) が残り、周辺部に二次液滴が発生する、plume/shear breakup が再現された。どの条件においても、Dai and Faeth の実験 [7] に見られた定性的な分裂様式がよく再現された。

液滴の分裂様式は、液滴の上流面に発生するレイリー・テイラー (Rayleigh-Taylor: RT) 不安定によって決まる、と考えられている [19]。気液界面がその法線方向に加速度  $a$  で運動しているとき、増幅率が最大となる RT 不安定の波長は、線形解析より

$$\lambda_{RT} = 2\pi \sqrt{\frac{3\sigma}{a(\rho_L - \rho_G)}} \quad (10)$$

である。図6に  $We=20$  のときの液滴中心断面の時間変化を示す。液滴の上流面に2波長分の波が発生し、増幅することで、bag/plume breakup が引き起こされていることが見てとれる。時間  $t = 0.3 - 0.5 \text{ ms}$  における液滴上流面の平均加速度  $8,800 \text{ m/s}^2$  を用いると、 $\lambda_{RT} = 0.98 \text{ mm}$  と算出される。図6における凸面間の距離は約  $0.5 \text{ mm}$  であり、 $\lambda_{RT}$  と同程度であることから、本計算においても RT 不安定が発生していたと考えられる。

液膜の破裂により液滴分裂に至った  $We=20, 50$  では、液膜は実験よりも早く破裂した（文献 [7] を参照）。そのため、実験と比較し、 $We=20$  では rim 部の直径が小さく、 $We=50$  では plume 部の気流方向長さが短い結果となった。計算における液膜の分裂は、液膜を表現する粒子数が不足すると起こる。粒子径を小さくして空間解像度を高めることで改善すると期待されるが、実際の液膜を表現可能な粒子解像度を設定することは現実的ではない。また、気流計算用の格子についても、解像度を下げ、計算コストを抑えられた方がよい。粒子・格子解像度が分裂様式や二次液滴の直径・空間分布に与える影響を調査することを今後の課題とする。

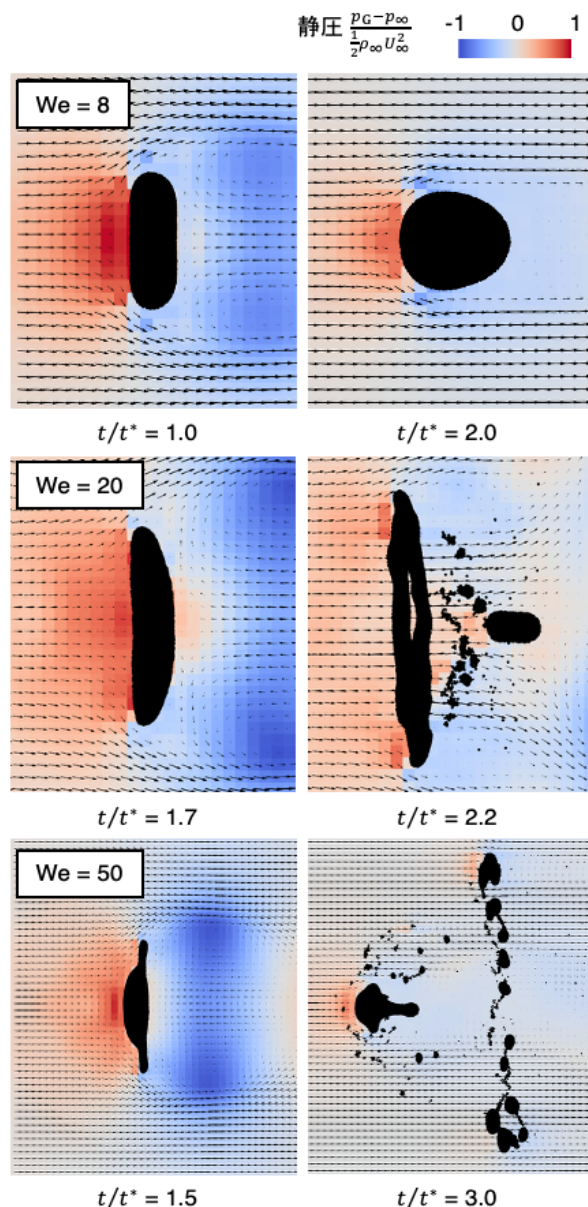


図5. 液滴分裂の計算結果。気流の速度（矢印）と静圧は、液滴中心を通る平面における値を示す。時刻は  $t^* = D_0 \sqrt{\rho_L / \rho_G} / U_\infty$  で無次元化した

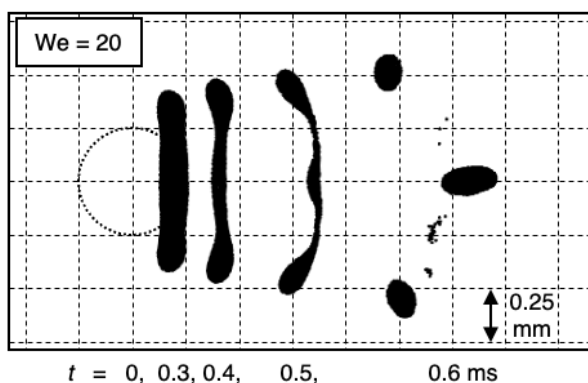


図6. 液滴中心断面の時間変化

## 6. 結言

本発表では、液滴を粒子法（MPS 法）、気流を格子法（有限体積法）で計算する粒子・格子ハイブリッド法において、粒子・格子連成法として梶島らの埋め込み物体法（ISM）[11]を導入し、球まわり気流および液滴分裂を計算した結果を示した。ISM は、格子幅が液体径の概ね 1/16 以下であれば、液体背後の速度場を液体速度に一致させつつ、液体まわりの気流場を算出する方法として有効であることがわかった。格子解像度がこれよりも低い場合には、球表面の圧力分布を模擬したサブグリッドスケール空気力モデルを併用することとした。本手法により液滴分裂を計算したところ、実験 [7]に見られる no breakup, bag/plume breakup, plume/shear breakup が定性的に再現された。航空機への着氷現象においては、過冷却水滴は空気力による変形・分裂を経て機体表面に衝突するため、液滴分裂の再現は着氷の数値シミュレーションにおける重要な要素である。今後は、液滴分裂計算における粒子・格子解像度の影響調査等をととして提案手法の妥当性評価をしつつ、計算対象を物体上で空気力に駆動されてランバックする水滴、空気力を受けながら物体壁面に衝突・凍結する過冷却水滴へと拡大し、本手法の高度化を図る。

## 参考文献

- [1] Bourgault, Beaugendre, Habashi, Development of a shallow-water icing model in FENSAP-ICE, *J Aircraft*, 2000.
- [2] Cui, Habashi, A dendritic freezing model for in-flight supercooled large droplets impingement and solidification, *Comput Fluids*, 2023.
- [3] Fraser, Szilder, A mesh-free formalism for ice accretion prediction due to large drop impingement, *Cold Regions Sci Tech*, 2023.
- [4] Tsujimura, Kubota, Crystallization and isothermal freezing model for particle simulation of supercooled liquid droplet impingement, *Int J Comput Fluid Dyn*, 2025.
- [5] García-Magariño, Sor, Velazquez, Experimental characterization of water droplet deformation and breakup in the vicinity of a moving airfoil, *Aerosp Sci Tech*, 2015.
- [6] Pilch, Erdman, Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop, *Int J Multiphase Flow*, 1987.
- [7] Dai, Faeth, Temporal properties of secondary drop breakup in the multimode breakup regime, *Int J Multiphase Flow*, 2001.
- [8] Jalaal, Mehravaran, Transient growth of droplet instabilities in a stream, *Phys Fluids*, 2014.
- [9] 窪田ら, 航空機タイヤ水跳ね予測に向けた数値解析及び準実機スケール試験, 第54回FDC/第40回ANSS, 2022.
- [10] Tsujimura et al., Particle-grid hybrid analysis of liquid jet primary breakup in gaseous crossflow, *11th AJCPP*, 2023.
- [11] Kajishima et al., Turbulence structure of particle-laden flow in a vertical plane channel due to vortex shedding, *JSME Int J Ser B*, 2001.
- [12] Koshizuka, Oka, Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nucl Sci Eng*, 1996.
- [13] 大地ら, 自由表面流れ解析のための MPS 陽的アルゴリズムの開発, 日本計算工学会論文集, 2010.
- [14] Khayyer, Gotoh, Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, *J Comput Phys*, 2011.
- [15] Tsuruta, Khayyer, Gotoh, A short note on dynamic stabilization of moving particle semi-implicit method, *Comput Fluids*, 2013.
- [16] Tsujimura et al., Applying surface tension as pressure boundary condition in free surface flow analysis by moving particle simulation method, *Comput Particle Mech*, 2023.
- [17] Hashimoto et al., Toward the Fastest Unstructured CFD Code 'FaSTAR,' *50th AIAA Aerosp Sci Meeting*, 2012.
- [18] Achenbach, Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers, *J Fluid Mech*, 1972.
- [19] Liu, Reitz, An analysis of the distortion and breakup mechanisms of high speed liquid drops, *Int J Multiphase Flow*, 1997.