

2A09 再突入カプセルにおけるレイノルズ数効果のLES解析：動的安定性に関する考察

○山本恭子, 蓼沼烈, 浅田啓幸, 河合宗司 (東北大学)

LES for investigating Reynolds number effects on dynamic stability of reentry capsule

Kyoko Yamamoto, Retsu Tadenuma, Hiroyuki Asada, Soshi Kawai (Tohoku University)

Key Words: LES, Transonic Flow

Abstract

Large-eddy simulations (LES) were performed for a reentry capsule at Mach 0.9 under Reynolds numbers of 1,000 and 10,000 to investigate Reynolds number effects on unsteady aerodynamics. A delay model was also applied to quantify time-delay characteristics at each condition. For $Re_D = 10,000$, the flowfield and aerodynamic forces predicted by LES showed good agreement with previous studies, though a reduction in pitching moment was observed at high angles of attack in the present LES. At $Re_D = 1,000$, the flowfield differed significantly from that at $Re_D = 10,000$, suggesting that the aerodynamic forces, delay time and dynamic stability are all influenced by the Reynolds number.

1 緒言

近年の宇宙開発において、小惑星などの天体からサンプルを持ち帰る、サンプルリターンプロジェクトが高い注目を集めている。2003年に打ち上げられた「はやぶさ (MUSES-C)」は、2005年に小惑星イトカワに到着し、イトカワのサンプル採取をしたのち2010年に地球への帰還に成功した。このサンプルリターンにおいて、小惑星で採取されたサンプルは再突入カプセルに格納され、大気圏上空で探査機からカプセルが分離されて減速落下して地上で回収される。ここで、カプセルには再突入する際に様々な重大な問題が生じることが明らかになっている。

現在用いられているカプセルは、重量の観点から推力装置を搭載せずに、大気圏外から地球に直接再突入して空力によって減速する。そのため、再突入時の速度は秒速12kmとなり、その際の空力加熱を抑制するためにカプセルは円盤型に設計されている。しかし円盤型のカプセルは、再突入時の加熱の抑制には効果はあるものの、減速落下時に自励振動をはじめることが知られている。特に遷音速で落下している時、その振動が増幅するような動的不安定な状態になる。振動が発散してしまうと、減速落下のためのパラシュートが正しく展開されなかったり、予測と異なる地点に落下してしまうなどプロジェクトの失敗につながる可能性があり、動的安定性も確保したカプセルの開発が求められている。

Hiraki ら [1] によって行われたはやぶさ型カプセルを用いた1自由度風洞試験では、 $M_\infty > 2.2$ (超音速)では動的に安定でほとんど振動せず、 $1.0 \leq M_\infty \leq 2.2$ (遷音速)の範囲でピッチ角振動は発散し、最終的には有限振幅のリミットサイクルに落ち着くという運動が観察され、カプセルの振動に主流マッハ数が関係していることが明らかになった。

この遷音速域の振動のメカニズムを明らかにするために、Teramoto & Fujii [2] はCFDを用いて、主流マッハ数が $M_\infty = 1.3$ のカプセル周りの流れ場の解析を行った。解析の結果、カプセルの姿勢変化とカプセルの背面圧力から求められる背面ピッチングモーメントに位相遅れが生じていることが明らかになり、この時間遅れがカプセルの動的不安定性が生じる原因であると示唆された。Teramoto & Fujii [2] はさらに、この背面ピッチングモーメントの位相遅れを以下のSimple Constant Delay Modelとして表した。

$$C_{mp}^{b:dy} = C_{mp}^{b:st}[\theta(t - \delta t)]. \quad (1)$$

ここで、 $C_{mp}^{b:dy}(t)$ は強制振動しているカプセルの背面ピッチングモーメント、 $C_{mp}^{b:st}(\theta)$ はある迎角 θ で固定したカプセルの背面ピッチングモーメント、 δt は時間遅れを表している。また、この時間遅れはカプセル後流の再循環流によって生じるフィードバックループによって生じていると示唆された。

この時間遅れ δt について、Iizuka [3] は制御工学の分野で広く使われる時間遅れ系を用いて後流のフィー

ドバックループによる背面ピッチングモーメントの時間遅れを表すことで、時間遅れ δt を迎角固定のカプセルの解析から求める方法を提案した。

これまでの研究により、後流のフィードバックループによってカプセルの姿勢変化と背面ピッチングモーメントの間に時間遅れが存在し、その時間遅れが動的不安定性が生じる原因であると示唆された。更に、迎角を固定したカプセルの解析から時間遅れを求める方法も提案された。しかし、これらの研究では RANS 解析を用いており、RANS 解析は剥離を伴う乱流現象を正確に表現しづらく、また乱流を全てモデル化するため、カプセル近傍の詳細な渦構造を捉えられていないと考えられる。従ってこれまでの研究では、具体的にどのような渦構造が動的不安定性の原因となっているのかは明らかになっていない。また、主流マッハ数によるカプセルの動的安定性への影響は報告されているが、レイノルズ数による影響（レイノルズ数効果）については報告されていない。以上のことから、カプセル近傍の渦構造や、レイノルズ数の違いによる動的安定性の変化については議論の余地が残されている。

そこで本研究では、large-eddy simulation (LES) を用いて、カプセルの動的安定性に対するレイノルズ数効果を調べることを目的とする。具体的には、Iizuka [3] によって提案された delay model を用いて、それぞれのレイノルズ数で流れ場に生じる時間遅れを求める。さらに、強制振動させた解析も行い、カプセルに加わるピッチングモーメントが 1 周期でした仕事を求めることで、動的安定性の評価も行う。レイノルズ数による動的安定性と時間遅れの変化を調べることで、レイノルズ数がカプセルの動的安定性に与える影響を調査する。

2 解析条件、手法

2.1 計算条件

本研究では、解析の対象とするカプセルに Iizuka [3] で用いられていた D45 モデルの再突入カプセルを用いる。ここで、D45 モデルの直径 D を代表長さとする。解析条件として、主流マッハ数に $M_\infty = 0.9$ を使い、レイノルズ数は $Re_D = 10^3, 10^4$ とする。カプセルの迎角を固定した計算では、迎角を $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ とする。カプセルを強制振動させた計算では、無次元振動数を $\omega = \pi f D / U_\infty$ として、ピッチ方向へ強制振動させる。ここで、 f, D, U_∞ はそれぞれ角振動数、代表長さ、主流速度である。強制振動中の迎角 $\alpha(t)$ は

以下の式で表される。

$$\alpha(t) = \alpha_{max} \sin(M_\infty \omega t). \quad (2)$$

$\alpha_{max}, M_\infty, t$ はそれぞれ迎角の振幅、主流マッハ数、時間である。Iizuka の研究 [3] をもとに、無次元振動数を $\omega = 0.0390$ 、迎角の振幅を $\alpha_{max} = 20^\circ$ とする。

2.2 支配方程式

本研究では支配方程式として以下に示す、空間フィルタを適用した一般座標移動格子系の 3 次元圧縮性 Navier–Stokes (NS) 方程式を用いる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E}_k - \hat{E}_{k,v})}{\partial \xi^k} = 0, \quad (3)$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_j \\ E \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\hat{E}_k = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U_k \\ \rho u_j U_k + \xi_{x_j}^k p \\ (E + p) U_k - \xi_t^k p \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\hat{E}_{k,v} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_{x_j}^k \tau_{ij} \\ \xi_{x_j}^k \theta_j \end{bmatrix}. \quad (6)$$

ここで ρ は密度、 u_i は x_i 方向速度、 E は全エネルギー、 p は圧力である。 τ_{ij} 、 θ_j は以下の式で与えられる。

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} + \left(\beta_{\text{bulk}} - \frac{2}{3}\mu\right) S_{ij} \delta_{ij}, \quad (7)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (8)$$

$$\theta_j = \tau_{ij} u_i - q_j. \quad (9)$$

ここで μ は分子粘性係数、 β_{bulk} は体積粘性率、 q_j は熱流束である。 $\xi_{x_j}^k = \partial \xi_k / \partial x_j$ 、 $\xi_t^k = \partial \xi_k / \partial t$ はデカルト座標系から一般座標系への変換メトリックの、空間項および時間項である。 U_k は反変速度であり以下で与えられる。

$$U_k = \xi_t^k + \xi_{x_j}^k u_j. \quad (10)$$

空間微分には 6 次精度コンパクト差分スキーム [4] を使い、高周波振動を除去するため、8 次精度コンパクトフィルター [4,5] を用いる。対象とする流れ場では衝撃波が発生するため、コンパクト差分スキームとともに衝撃波をロバストに捕獲するために localized artificial diffusivity (LAD) 法 [6] を用いて人工的な体

積粘性率 $\beta_{\text{bulk}} = \beta_{\text{LAD}}$ を評価する．LES にはサブグリッドスケールモデルを用いず，implicit LES とする．また時間積分には，ADI-SGS 陰解法 [7] を用いる．

2.3 計算格子

本研究では図 1 に示すようなカプセルの形状に沿った O 型トポロジーの物体適合格子を用い，格子点数は $778 \times 857 \times 1816$ の約 12 億点である．図 1 は $k=1$ の断面であり， $j=1, j_{\text{max}}$ を回転軸としてこの断面を k 方向に回転することで三次元の格子を作成する．本研究ではカプセルの後流の構造を詳細に捉える必要があるため，カプセル後流に遠方境界の境界条件の影響が含まれないよう，格子の領域を $100D$ とする．壁面垂直方向の最小格子幅は $2 \times 10^{-4}D$ であり，これはカプセル前面肩付近の境界層に格子が約 20 点含まれる格子幅である．また，先行研究 [3] からカプセルの後流の再循環領域はカプセル中心（原点）から $6D$ とされていたため，中心から $10D$ までの格子のアスペクト比が 1 となるように作成し，格子の壁面垂直方向のストレッチ率も 2% 以下になるように作成する．格子幅はカプセル後流にできる渦をそれぞれ格子 5 点から 10 点で捉えるような格子幅とする．

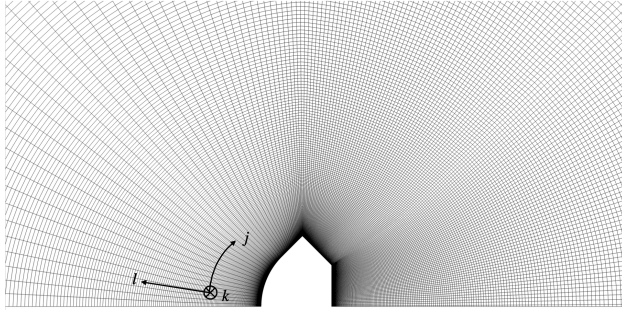


図 1: 計算格子（5 点ごと）．

2.4 Delay Model

Teramoto & Fujii [2] は迎角を固定したカプセルの背面ピッチングモーメント $C_{mp}^{b:st}$ に対し，強制振動させたカプセルの背面ピッチングモーメント $C_{mp}^{b:dy}$ には位相遅れが生じることを明らかにし，遅れ時間 δt を用いて

$$C_{mp}^{b:dy} = C_{mp}^{b:st}[\theta(t - \delta t)], \quad (11)$$

という Simple Constant Delay Model を提案した．さらに，この位相遅れはカプセル後流にできる渦によるものであることを示唆した．

この後流の渦とそれに伴う $C_{mp}^{b:dy}$ の位相遅れの関係を，Iizuka [3] は時間遅れ系を用いて以下の式で表した．

$$[1 + a_1[\theta] \frac{d}{dt} + a_2[\theta] \frac{d^2}{dt^2} + \dots] C_{mp}^{b:dy}(t) = C_{mp}^{b:st}[\theta]. \quad (12)$$

カプセルの振動周期が長いことから，振動しているカプセルの迎角がある迎角 θ_0 を中心に線形変化すると近似すると，迎角の時間変化は

$$\theta(t) = \theta_0 + \Theta t, \quad (13)$$

と表すことができる． Θ は $\theta(t)$ の時間変化率

$$\Theta = \frac{d\theta(t)}{dt}, \quad (14)$$

である．この式 (13) を用いてテイラー展開を行うと，迎角を時間変化させた時の背面ピッチングモーメントの時間変化は以下で表せる．

$$C_{mp}^{b:st}[\theta(t)] = C_{mp}^{b:st}[\theta_0] + C_{mp,\theta}^{b:st} \Theta t. \quad (15)$$

$C_{mp,\theta}^{b:st}$ は背面ピッチングモーメント $C_{mp}^{b:st}[\theta]$ の θ に対する変化率

$$C_{mp,\theta}^{b:st} = \frac{dC_{mp}^{b:st}[\theta]}{d\theta}, \quad (16)$$

である．これらの式を用いると，時間遅れ系の方程式 (12) の解は

$$C_{mp}^{b:dy}(t) = C_{mp}^{b:st}[\theta(t)] - a_1[\theta_0] C_{mp,\theta}^{b:st} \Theta + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp(\alpha_k[\theta_0] t), \quad (17)$$

と表される．ここで， α_k は式 (12) の特性方程式の解であり， a_1 は α_k を用いて

$$a_1 = -\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \dots\right), \quad (18)$$

と表される．解 (17) の第 3 項はすぐに減衰するので，

$$C_{mp}^{b:dy}(t) = C_{mp}^{b:st}[\theta(t)] - a_1[\theta_0] C_{mp,\theta}^{b:st} \Theta, \quad (19)$$

と近似でき，上式をさらに式変形することで

$$C_{mp}^{b:dy} = C_{mp}^{b:st}[\theta(t - a_1[\theta_0])], \quad (20)$$

と表され，式 (11) の Delay Model と比較することで， a_1 は時間遅れ δt であることがわかる．

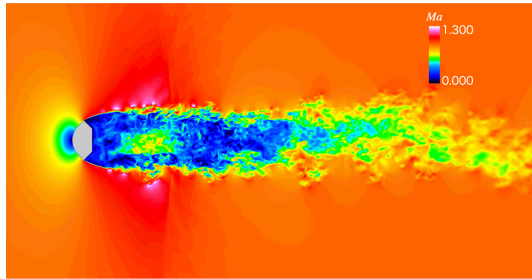
従って, $C_{mp}^{b:st}(t)$ の時間履歴に対して自己相関 (AC) を取ると, (17) における時間依存項のみ抽出され,

$$AC(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp(\alpha_k [\theta_0] t), \quad (21)$$

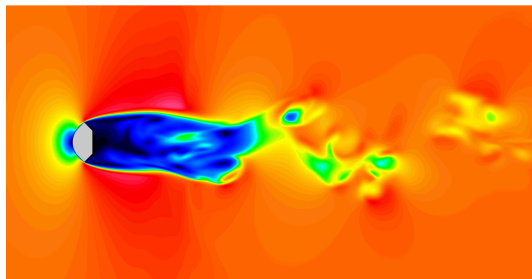
が得られる. 迎角固定の LES 解析で得られる背面ピッチングモーメントの時間履歴の自己相関を, 上式にフィッティングし, α_k を求めることで, 式 (18) より a_1 , すなわち時間遅れ δt が得られる.

3 計算結果

図 2a,2b に迎角を 0° に固定したそれぞれのレイノルズ数での瞬時のマッハ数分布を示す. $Re_D = 10^4$ の流れ場は先行研究 [3] と同様に壁面近くからせん断層が不安定化し乱流化しているのに対し, $Re_D = 10^3$ の流れ場はせん断層が長く安定に存在している. また $Re_D = 10^3$ ではカプセル後流の再循環領域で一様に低速であるのに対し, $Re_D = 10^4$ では, カプセル背面近くの低速領域の中に高速領域が存在していることがわかる. このように, レイノルズ数によってせん断層の安定性や後流の再循環流の状態が異なっていることがわかる.



(a) $Re_D = 10^4$



(b) $Re_D = 10^3$

図 2: 各 Re_D でのマッハ数分布 ($\alpha = 0^\circ$).

迎角を固定したデータについて, $Re_D = 10^4$ のケースについて時間収束のとれたデータを得られたため, 以

下では $Re_D = 10^4$ について議論する. 図 3 に $Re_D = 10^4$ における迎角を $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ に固定した時の瞬時のマッハ数分布を示す. 迎角を変えてもせん断層の安定性や後流の高速領域の存在などは大きく変化していないことがわかる. 迎角を固定した計算から得られた, 迎角に対する $C_{mp}^{b:st}$ の時間平均値を図 4 示す. 迎角が $-15^\circ \sim 15^\circ$ までは先行研究に近い値となっているのに対し, $Re_D = 10^4$ では $-20^\circ, 20^\circ$ で $\overline{C_{mp}^{b:st}}$ の絶対値が小さくなっていることがわかる.

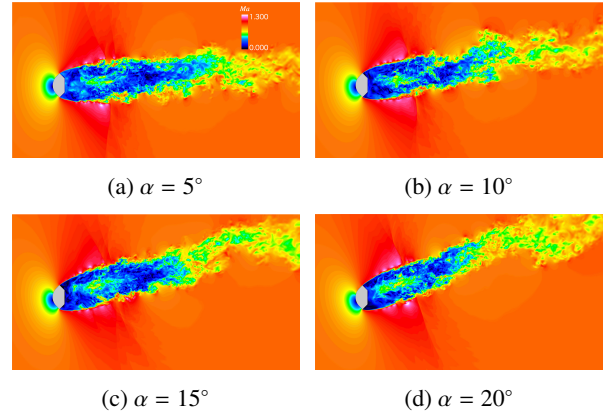


図 3: $Re_D = 10^4$ のマッハ数分布.

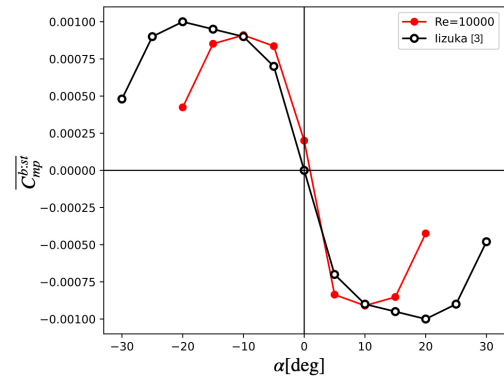


図 4: 迎角に対する時間平均背面ピッチングモーメントの変化.

迎角を $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ に固定した時の時間平均圧力分布を図 5 に, カプセル背面における圧力分布を図 6 に示す. 図 6 より, 迎角を $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ と増加するにつれ, カプセル上下の圧力の差が大きくなるのに対し, 迎角が 20° では上下の圧力差が比較的低いことがわかる. 特に, カプセル上面の圧力が他の迎角と比較して小さいことがわかる. 図 5 のカプセル上部に注目すると, カプセルの肩から後流に低压部が広がる迎角 $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ の圧力分布と異なり, 20° では低压領域がカプセル前面まで回り込んでいることがわかる. カプ

セル上面の壁面近傍に低圧領域が存在することによりカプセル上下面の圧力差が小さくなり、 $\overline{C_{mp}^{b,st}}$ の絶対値が小さくなっていると考えられる。

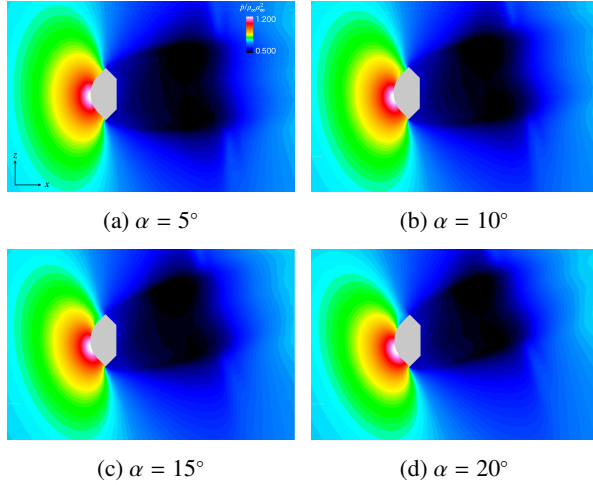


図 5: $Re_D = 10^4$ での各迎角における時間平均圧力分布。

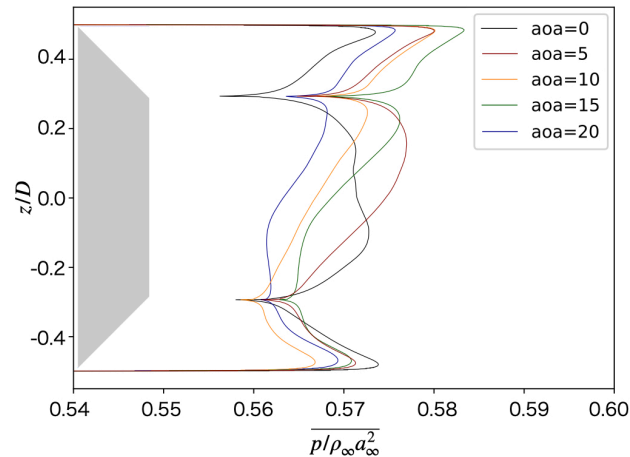


図 6: 背面の時間平均圧力分布。

4 結言

本研究では再突入カプセルの動的安定性に対するレイノルズ数効果を調査するために、遷音速、低レイノルズ数 ($M_\infty = 0.9$, $Re_D = 10^3, 10^4$) における再突入カプセルの LES 解析を実施した。本解析からカプセル後流の流体構造がレイノルズ数によって変化することが示され、レイノルズ数と動的安定性に関連があることが示唆された。今後は LES 解析の結果から、delay model を用いてレイノルズ数ごとに時間遅れを

求めるとともに、強制振動の解析結果と合わせてカプセルの動的安定性におけるレイノルズ数効果を調査する予定である。

謝辞

本研究は、理化学研究所のスーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受けて実施しました (課題番号: hp240203 (2024 年度), hp250090 (2025 年度))。

参考文献

- [1] K. Hiraki, “Transonic Dynamic Instability of disk-shaped Capsule”, *The Institute of Space and Astronautical Science Report*, No. 17, pp. 265–274, 2003.
- [2] S. Teramoto and K. Fujii, “Numerical analysis of dynamic stability of a reentry capsule at transonic speeds”, *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 4, pp. 646–653, Apr 2001.
- [3] N. Iizuka, “Study of Mach Number Effect on the Dynamic Stability Of a Blunt Re-entry Capsule”, *PhD thesis*, 2006.
- [4] S. K. Lele, “Compact finite difference schemes with spectral-like resolution”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, No. 1, pp. 16–42, 1992.
- [5] D. V. Gaitonde and M. R. Visbal, “Pade-plus-mn;-type higher-order boundary filters for the navier-stokes equations”, *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 11, pp. 2103–2112, 2000.
- [6] S. Kawai, S. K. Shankar, and S. K. Lele, “Assessment of localized artificial diffusivity scheme for large-eddy simulation of compressible turbulent flows”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, No. 5, pp. 1739–1762, 2010.
- [7] H. Nishida and T. Nonomura, “ADI-SGS scheme on ideal magnetohydrodynamics”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 9, pp. 3182–3188, 2009.