

2E04 NACA0012ベンチマーク翼フラッターにおける高マッハ数域での急激な不安定化メカニズムについて

○三宅冬馬，寺島洋史（北海道大学）

Numerical investigation of high Mach number instability in the NACA0012 Benchmark Flutter Experiment
Toma Miyake and Hiroshi Terashima (Hokkaido University)

Key Words : Transonic flutter, Boundary layer separation and reattachment, Shock oscillation

Abstract

In this study, three-dimensional flutter calculations were conducted to investigate the mechanism behind the high-Mach-number instability observed in the NACA0012 benchmark flutter experiment. The unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations were solved using the SA model with Quadratic Constitutive Relation, 2024 version (SA-QCR2024). The numerical results showed good agreement with experimental data. At $M_\infty = 0.89$, the most unstable condition, the $C_l - h$ loop exhibits a clockwise rotation, indicating instability in the heaving mode. This behavior is attributed to the negative lift slope observed at this Mach number. Comparisons of surface pressure coefficient distributions between angles of attack of 0 and 0.1 deg indicate that shock wave movement causes a decrease in lift coefficient with increasing angle of attack, resulting in the negative lift slope at $M_\infty = 0.89$.

1. 緒論

航空機の飛行時には、翼に作用する空気力と翼の慣性力、弾性力が連成することで、フラッターと呼ばれる自励振動現象が生じることがある。フラッターは発散的な振動現象であるため、一度フラッターが生じると翼の破壊など航空機に対して致命的なダメージを与える。従って、フラッター発生条件の高精度予測は航空機設計上、非常に重要である。亜音速域においてはDoublet Lattice method (DLM)による線形解析によって、高精度にフラッター発生動圧を予測可能である。一方、遷音速域においては翼面上に生じる衝撃波や境界層はく離により流体の非線形性が強くなるためDLMのような線形解析が適用できない。

翼面に衝撃波が生じると翼振動と衝撃波振動の位相差によりフラッターが非常に生じやすくなる（遷音速ディップ）ことが知られている[1-3]。また、高迎角条件や比較的翼が厚い場合は衝撃波背後で流れがはく離しフラッター特性も大きく変化する。対称翼において2次元的な衝撃波はく離が生じた場合には、はく離により翼振動に対する衝撃波の位相特性が変化し、その結果、フラッターが生じ難くなることが分かっている[4,5]。一方、翼型が超臨界翼型の場合、3次元的なはく離が生じた場合についてはその限りではなく、はく離による不安定性が生じることが確認されている[6-8]。例えば、著者ら[6]は2次元遷音速フラッター解析を行い、超臨界翼型では通常の遷音速ディップに加えて、高マッハ数側で2つ目のディップ

が生じることを発見した。高マッハ数側のディップは、翼振動中に翼下面衝撃波背後で生じるはく離および再付着のサイクルに起因するものであることを明らかにした。また、Seidelら[7]が行った超臨界翼を用いたフラッター試験ではマッハ数0.9付近で急激なフラッター動圧の低下が確認されており、これは衝撃波背後でのく離および付着の影響が大きいことが分かっている[9]。

このように衝撃波背後ではく離が生じる場合、翼型や流れ場構造によってフラッター特性は大きく変化するため、はく離が生じる場合においても高精度にフラッター発生条件を予測可能な解析手法を確立する必要がある。

Riveraら[8]はフラッター解析の検証用ベンチマーク試験として、3次元低アスペクト比矩形翼(翼型：NACA0012, アスペクト比: 2.0)を用いたフラッター試験を行った。Figure 1は実験で得られたフラッター境界であり、NACA0012矩形翼では通常の遷音速ディップに加え、高マッハ数域で急激な不安定性が生じることが確認された。Schwarzら[10]およびBendiksenら[11]は、Riveraらのフラッター試験[8]を2次元にモデル化しフラッター解析を行ったが、粘性条件では高マッハ数域における不安定性を再現できなかった。また、Stanfordら[12]は、翼振動時の流れ場の変動が十分小さく、変動成分が調和振動すると仮定したLinearized Frequency-domain Method (LFD)[13]を用いた解析を行い、フラッター境界を実験と

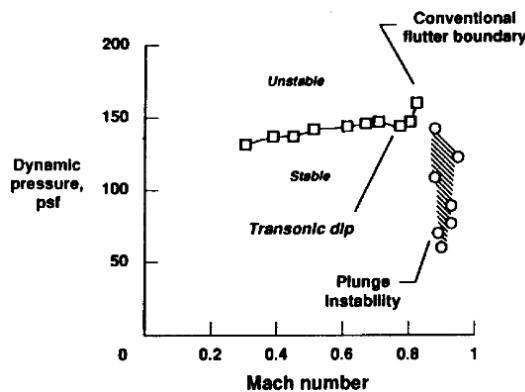


Fig. 1 Flutter boundary obtained in the NACA0012 benchmark experiment [8].

比較した。ここで、流れ場の計算にはレイノルズ平均した3次元圧縮性Navier-Stokes方程式を用いており、乱流モデルとしてSpalart-Allmaras (SA) モデル [14]を採用している。Stanfordら [12]の計算結果は、遷音速ディップに関しては、解析と実験で定量的によく一致した。一方、高マッハ数域での不安定性に関しては、減衰定数を調整することで定性的に再現することに成功しているものの、定量的には実験との差異が大きい。

これまでの3次元フラッター解析では翼根側に対称境界条件を課することが一般的であった。しかし、実際のフラッター試験では翼根側には壁が存在するため、翼根壁と翼表面の乱流境界層が干渉しプラントルの第2種2次流れ（2次流れ）が生じる。この2次流れは主流からコーナー部へ運動量を輸送するため、翼根はく離を大きく抑制することが知られている [15]。そこで、著者ら [16]も翼根壁での流れ場に注目し、2次流れを捉え、翼根はく離を抑制することで高マッハ数域での不安定性を高精度に予測可能であることを示した。しかし、高マッハ数域での不安定化メカニズムについては不明であった。

そこで本研究では、NACA0012ベンチマーク翼を用いたフラッター解析および強制振動翼解析を行い、衝撃波挙動や揚力特性に着目し、高マッハ数域での不安定化メカニズムについて調査する。

2. 数値計算手法

2-1 流体方程式、数値解法

流体の支配方程式として、レイノルズ平均された3次元圧縮性Navier-Stokes方程式を用いた。非粘性流束の評価にはSHUS [17]を用い、MUSCL法 [18]により高次精度化を行った。時間項は2次精度後退差分で離散化し、時間積分には並列化に適したDP-LUR陰解法 [19]を用いた。内部反復を用いて時間精度を確保する。乱流モデルには、低レイノルズ数修正型のSpalart-Allmarasモデル (SA) [20]を適用した。また、翼根壁

と翼面上の乱流境界層の干渉による2次流れをとらえるため、レイノルズ応力の非等方性を考慮したSA-QCR2024 [21]を用いた。

外部境界条件は、流入が一樣流固定、流出は静圧が一樣流に回復、その他は外挿する条件を用いた。壁面では密度を外挿、速度には構造方程式により得られた変位に基づいて、翼面移動速度を与えた。また、壁面上圧力は加速度運動の効果を考慮するため、壁面に対して垂直方向の運動量方程式を解くことで求めた。翼根側の境界条件には滑りなし境界条件を用いた。

2-2 構造方程式、数値解法

Figure 2に後退翼の断面をモデル化した構造モデルを示す。構造モデルの自由度は上下変位 h （下向きが正）、回転変位 α （頭上げが正）の2自由度である。支配方程式は次式のようにになる [2]。

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S_\alpha\ddot{\alpha} + c_h\dot{h} + k_h h &= -L \\ S_\alpha\ddot{h} + I_\alpha\ddot{\alpha} + c_\alpha\dot{\alpha} + k_\alpha\alpha &= M \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 m はコード方向の単位長さ当たりの質量、 $S_\alpha (= mbx_\alpha)$ は弾性軸周りの静的モーメント、 $I_\alpha (= mb^2r_\alpha^2)$ は弾性軸周りの慣性モーメント、 $c_h (= 2g_h\sqrt{mk_h})$ と $c_\alpha (= 2g_\alpha\sqrt{I_\alpha k_\alpha})$ および g_h と g_α はそれぞれ上下運動、回転運動の構造減衰係数および減衰比、 $k_h (= m\omega_h^2)$ と $k_\alpha (= I_\alpha\omega_\alpha^2)$ はそれぞれ上下運動、回転運動のばね剛性、 L は揚力(上向き正)、 M は弾性軸周りのモーメント(頭上げ正)を表す。また、 ω_h と ω_α は上下運動もしくは回転運動のみを行わせたときの角振動数である。

式(1)において、上下変位 h は半翼弦長 b 、時間 t は回転運動の角振動数 ω_α を用いてそれぞれ無次元化し、行列形式でまとめると以下のようにになる。

$$[M]\{\ddot{q}\} + [D]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [M] &= \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \\ [D] &= \begin{bmatrix} 2g_h(\omega_h/\omega_\alpha)r_\alpha^2 & -2g_\alpha x_\alpha r_\alpha^2 \\ -2g_h(\omega_h/\omega_\alpha)x_\alpha & 2g_\alpha r_\alpha^2 \end{bmatrix} \\ [K] &= \begin{bmatrix} (\omega_h/\omega_\alpha)^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \\ \{q\} &= \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix}, \quad \{Q\} = \frac{V_*^2}{\pi} \begin{Bmatrix} -C_l \\ 2C_m \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

である。 x_α と r_α^2 は静的質量不均衡と慣性能率である。また、式(3)において、

$$\bar{h} = \frac{h}{b}, \quad V_* = \frac{U_\infty}{b\omega_\alpha\sqrt{\mu}}, \quad \mu = \frac{m}{\rho_\infty b^2\pi} \quad (4)$$

である。ここで V_* はSpeed index(フラッター速度)と呼ばれ、流体力と構造力の比を表す無次元パラメータである。 U_∞ 、 ρ_∞ 、 μ はそれぞれ一樣流速度、密度、質量比を表す。

構造方程式の時間積分法として 4 段階 Runge-Kutta 法を用いた. ただし, 各段階での空気力 C_l と C_m は一定であるとした.

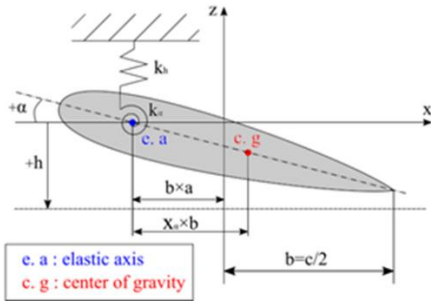


Fig. 2 A wing section model with two degrees of freedom.

2－3 連成手法

流体構造連成には, 時間方向に各方程式を交互に解き進める弱連成法を用いた. 連成解析は以下の手順で実行される.

- ① 流体側で定常計算を行い, 翼周りの流れ場を求める.
- ② 翼に初期変位を与え, 流体計算を行い空気力 C_l, C_m を求める.
- ③ 得られた空気力 C_l, C_m を構造方程式に代入して構造計算を行い, 変位 h と α を求める.
- ④ 構造計算で得られた変位に基づき, 格子を移動させ, 再び流体計算を行う. 以上の計算を繰り返す.

この連成プロセスにおいて, 流体側と構造側の無次元量が異なるため, 物理量の変換が必要になる. 本研究では, 流体側が長さを翼弦長 c , 時間を翼弦長 c と音速 a_∞ を用いて c/a_∞ , 構造側が長さを半翼弦長 $b(=c/2)$, 時間を回転運動の角振動数 ω_α により無次元化を行った. これらを考慮し, 実際の長さや時間が互いに同じであるという条件を課せば,

$$\begin{aligned} h_{\text{structure}} &= 2H_{\text{fluid}} \\ \Delta t_{\text{structure}} &= \frac{2M_\infty}{V_\infty \sqrt{\mu}} \Delta t_{\text{fluid}} \end{aligned} \tag{5}$$

となる. ここで, H_{fluid} は流体方程式における座標系から見た翼の変位である.

2－4 計算条件

本研究では, Riveraらの実験[8]で用いられた後退角およびテーパーのないNACA0012矩形翼を用いて計算を行った. 翼は剛体であり, 根元に上下振動と回転振動の自由度を与える弾性支持装置 (Pitching and Plunging Apparatus) が取り付けられている. 従って, 剛体翼が空気力によって上下・回転の2自由度で振動する系となっている. 翼の諸元および構造パラ

メータは, Table 1およびTable 2に示す通りである. Figure 3に計算格子を示す. 格子点数は $405 \times 137 \times 201$ (周方向 \times スパン方向 \times 半径方向)であり, O-C型の構造格子を用いた. フラッター解析における無次元時間刻み幅は $\Delta t = 5.0 \times 10^{-3}$, 内部反復回数は5回とした. フラッター解析時には初期擾乱として $\vec{h} = 0.005$ を与えた. また, フラッター境界を同定する際にはマッハ数を固定したまま動圧を上げていくが, 本解析では密度を変化させ動圧を上げていった. また, フラッター計算は実験と同様に迎え角を0 degとした.

Table 1 Configuration of the NACA0012 benchmark wing [8].

翼型	NACA0012
コード長	0.4064 m
質量	87.067 kg
アスペクト比	2.0

Table 2 Structure parameters of the NACA0012 benchmark wing [8].

x_α	0
r_α^2	1.024
ω_h	3.36 Hz
ω_α	5.20 Hz
g_h	0.0024
g_α	0.0024

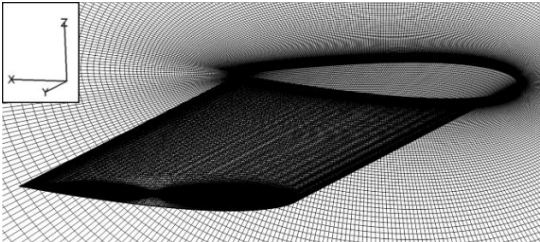


Fig. 3 Computational grid ($405 \times 137 \times 201$).

3. 結果と考察

3－1 実験との比較による妥当性検証

Figure 4に, 得られたフラッター境界を実験値とともに示す. ここで翼の変位の振動振幅が一定となるときにの動圧をフラッター動圧, そのときの振動周波数をフラッター周波数と定義した. まず, 本解析で得られたフラッター動圧を実験値と比較すると, $M_\infty = 0.82$ までの領域では計算値は実験値に対して15%程度フラッター動圧を高く予測しており, Stanfordら[12]も同様の傾向を示している. フラッター周波数に関しては実験値と計算値はよく一致している. $M_\infty = 0.88$ 以上の領域では実験で確認された急激な不安定性を計算においてもよく再現できている

ことが分かる．ここでのフラッター周波数は上下振動モードの周波数に一致しており，実験においても上下振動モードが支配的であることが記述されている．以上より，高マッハ数域も含め妥当な計算が行えていることが分かる．

3-2 フラッター特性

Figure 4(a)に示すフラッター動圧から， $M_\infty = 0.77$ 付近で僅かであるがフラッター動圧が低下し，その後さらにマッハ数を大きくするとフラッター動圧が急激に増大していることが分かる．Figure 5に示すスパン中央での断面主流方向速度分布より， $M_\infty = 0.77$ では翼面上前縁側に弱い衝撃波が生じ， $M_\infty = 0.86$ では衝撃波が強くなることで流れがはく離している．従って， $M_\infty = 0.77$ 付近におけるフラッター動圧の落ち込みおよび急上昇は衝撃波に起因するものであり，いわゆる遷音速ディップ特性に対応すると考えられる．一方，急激な不安定性が生じる $M_\infty = 0.89$ の流れ場を見ると，衝撃波背後のはく離域が拡大している．しかし，はく離がフラッター安定に働くこと[4,5]を考えると，フラッター動圧の急激な低下を説明することができない．また，上下運動のみで振動していることが特徴である．そこで，不安定化メカニズムを次節で議論する．

3-3 高マッハ数域での不安定化メカニズム

高マッハ数域での不安定化メカニズムを調査するため，上下1自由度の強制振動翼解析を行った．翼振動は以下の式によって与えた．

$$\begin{aligned}\bar{h}(t) &= \bar{h}_{amp}\sin(2\pi ft) = \bar{h}_{amp}\sin(2kM_\infty t^*) \\ k &= \frac{\pi fc}{U_\infty}\end{aligned}\quad (5)$$

ここで \bar{h}_{amp} は上下方向の無次元振動振幅， f は振動周波数[Hz]， k は無次元周波数， t^* は無次元時間である．振動パラメータはTable 3に示す通りであり，無次元周波数は $M_\infty = 0.89$ におけるフラッター周波数をもとに決定した．また上下振動に伴う見かけの最大迎え角 θ_{max} は以下のように計算できる．

$$\theta_{max} = \tan^{-1}\left[\frac{\max(\dot{h})}{U_\infty}\right] = \tan^{-1}(\bar{h}_{amp}k) \quad (6)$$

ここで $\max(\)$ は()内変数の最大値を意味する．式(6)よりTable 3の振動パラメータを用いる場合，見かけの最大迎え角は0.086 degとなる．

Figure 6に，各マッハ数における翼振動一周期の上下変位 \bar{h} に対する揚力係数 C_l の変化(C_l-h ループ)を

示す．ここで C_l-h ループが時計回りの場合，流体側から構造側にエネルギーが流入している（負減衰）ことを意味し，反時計回りの場合，逆に構造側からエネルギーが流出している（正減衰）ことを意味する．Figure 6から，急激な不安定性が確認された $M_\infty = 0.89$ のみループは時計回り（負減衰）であり，その他の条件では反時計回り（正減衰）であることが分かる．これは $M_\infty = 0.89$ のみ上下振動モードの不安定性が生じる可能性あることを示しており，フラッター計算の結果と一致している．

無次元振動数が小さいことから，定常空気力が働いていると仮定すると，系を不安定にする主要パラメータとして揚力傾斜の符号が考えられる[22]．そこで，Fig. 7に揚力傾斜の計算結果（固定翼）を示す． $M_\infty = 0.89$ のみ揚力傾斜が負になっていることが分かる．翼が下方向に運動しているとき見かけの迎え角は正となる．従って揚力傾斜が負であるときは下方向運動時の揚力は負となるため， C_l-h ループは基本的に時計回りとなる．以上より， $M_\infty = 0.89$ 条件で生じる負の揚力傾斜が上下振動モードの不安定性を発生させたといえる．

では，なぜ $M_\infty = 0.89$ においてのみ揚力傾斜が負となるのか考察する．揚力はそのほとんどが翼上下面圧力差に起因するものであるため，迎え角が0 degの場合の圧力係数 C_p 分布と0.1degの場合の C_p 分布の差分を見ることでどの部分が揚力減少に寄与しているのか判断できる．Figure 8に翼上面の C_p (at 0.1deg) - C_p (at 0deg)の分布を示す．ここで，青色の部分が圧力低下部（揚力増大），赤色の部分は圧力上昇部（揚力減少）である．Figure 8(a), (b)より $M_\infty = 0.82$ および $M_\infty = 0.86$ ではほとんどの領域で揚力増大方向の圧力変化が生じていることが分かる．これはよく知られているように，迎え角の増大に伴い翼上面の流れが加速し圧力が低下したためである．一方， $M_\infty = 0.89$ では翼中央部において大きな圧力上昇が生じており，その部分の揚力減少への寄与が大きいことが分かる．Figure 9に示す $M_\infty = 0.89$ での翼上面 C_p 分布から，Fig. 8の揚力減少領域には衝撃波が存在しており，迎え角変化に伴う衝撃波の移動が揚力減少を引き起こしていると考えられる．

衝撃波移動距離について調査するため，スパン中央部での迎え角に対する衝撃波位置の変化をFig. 10に示す．ここで，最大圧力勾配位置を衝撃波位置と定義し，Fig. 10の縦軸は0 degの衝撃波位置からの変化量を表す（正：前縁側への移動，負：後縁側への移動）．Figure 10より， $M_\infty = 0.89$ は $M_\infty = 0.82$ や $M_\infty = 0.86$ に比べ，迎え角変化に対する衝撃波位置の変化が大きいことが分かる． $M_\infty = 0.89$ では迎え角の増大に伴い衝撃波位置が前縁側に大きく移動することで負圧傾

Table 3 Parameters for a forced oscillating wing.

Amplitude \bar{h}_{amp}	0.1
Reduced frequency k	0.015

域が縮小する．これが負の揚力傾斜の要因となっており，結果的に急激な不安定性を引き起こしていると考えられる．

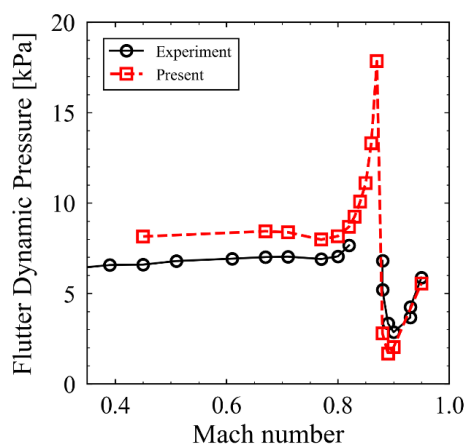
4. 結論

本研究では，Riveraらが行ったNACA0012ベンチマーク翼のフラッター試験[8]を対象に3次元フラッター解析を行い，高マッハ数域での不安定化メカニズムについて調査した．その結果，以下の知見が得られた．

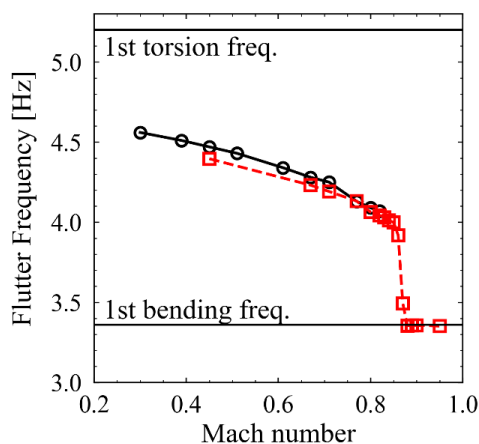
1. 本解析手法により，実験で見られた高マッハ数領域の急激な不安定の傾向を，定量的に予測できること

を示した．過去のいずれの解析でも高精度な定量予測はできておらず，初めての成果である．

2. 高マッハ数領域で急激に不安定になる理由は，そのマッハ数領域の揚力傾斜が負になることである．これにより，流体側から構造側へエネルギーが流入し，系を不安定化させる．
3. 揚力傾斜が負になる理由は，迎え角増加に対して衝撃波が前縁側に移動し，揚力を生み出す翼上面低圧領域を小さくするからである．より詳細な機構は今後の課題である．

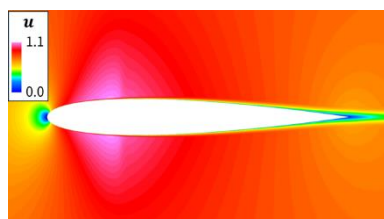


(a) Flutter dynamic pressures

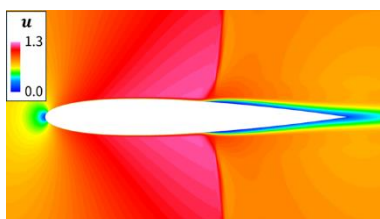


(b) Flutter frequencies

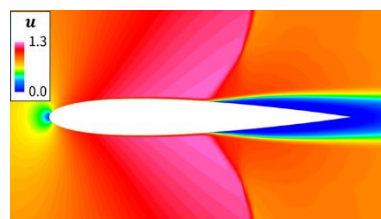
Fig. 4 Flutter boundaries.



(a) $M_\infty = 0.77$

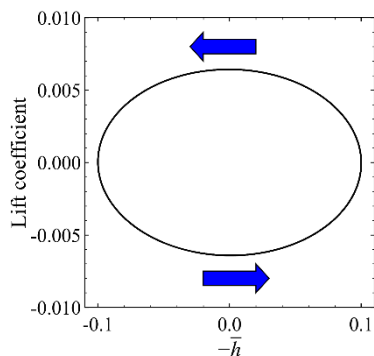


(b) $M_\infty = 0.86$

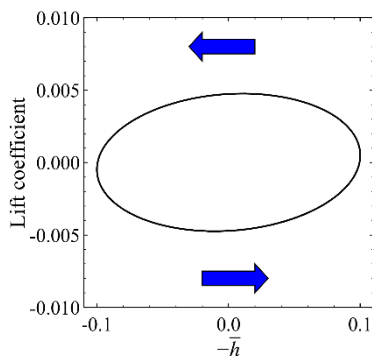


(c) $M_\infty = 0.89$

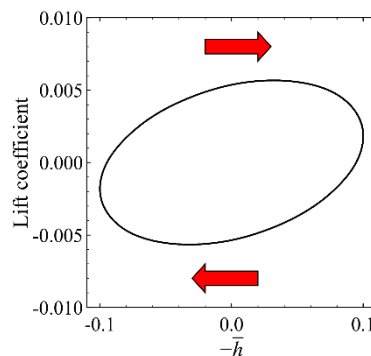
Fig. 5 Velocity distributions in the x -direction under the steady-state (non-oscillating) condition at the mid-span.



(a) $M_\infty = 0.82$



(b) $M_\infty = 0.86$



(c) $M_\infty = 0.89$

Fig. 6 $C_l - h$ loops.

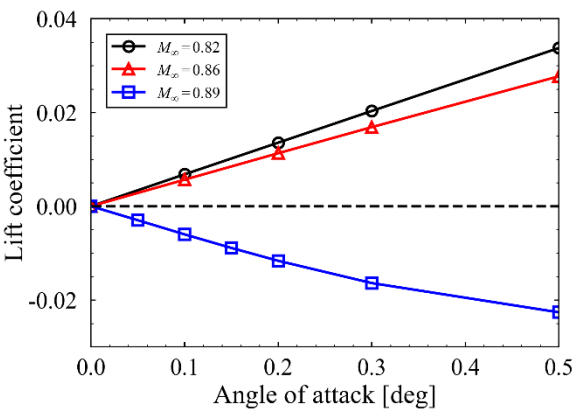


Fig. 7 Variation of lift coefficient with angle of attack.

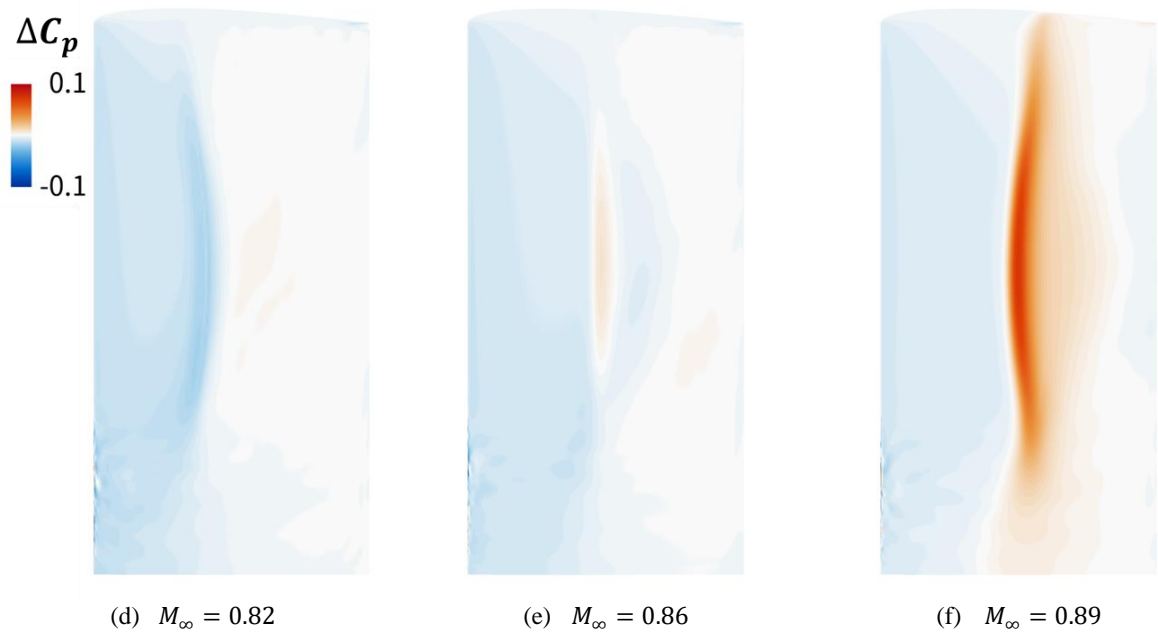


Fig. 8 Differences in C_p distributions on the upper surface under the steady-state (non-oscillating) condition between angle of attack of 0 deg and 0.1 deg.

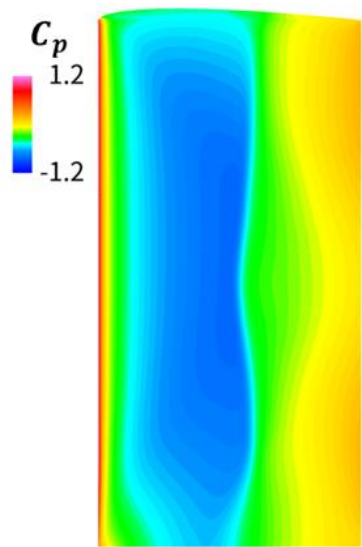


Fig. 9 C_p distributions on the upper surface under the steady-state (non-oscillating) condition at $M_\infty = 0.89$.

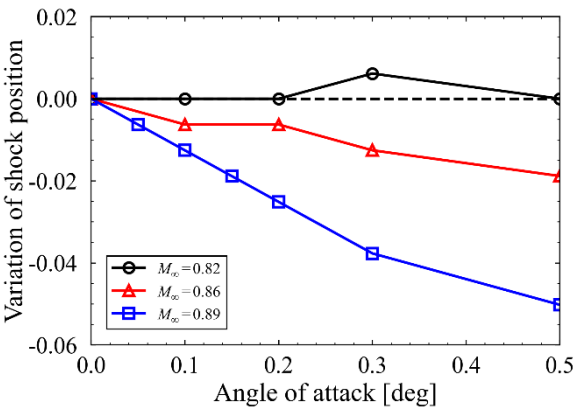


Fig. 10 Variation of shock position at the mid-span.

5. 参考文献

- [1] Mykytow, W. J., “A Brief Overview of Transonic Flutter Problems,” AGARD CP-226, 1977, pp. 11-1-11-11.
- [2] Isogai, K., “On the Transonic-Dip Mechanism of Flutter of a Sweptback Wing,” *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 7, 1979, pp. 793–795.
- [3] Isogai, K., “Transonic Dip Mechanism of Flutter of a Sweptback Wing. II,” *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 9, 1981, pp. 1240–1242.
- [4] Oyeniran, N. D., Miyake, T., Terashima, H., Seki, R., Ishiko, K., and Nonomura, T., “Unsteady Aerodynamics Around a Pitching Airfoil with Shock and Shock-Induced Boundary-Layer Separation,” *AIAA Journal*, Vol. 60, No. 12, 2022, pp. 6557–6565.
- [5] Selland, S., Miyake, T., and Terashima, H., “Analysis of Flutter-Boundary Variation in High-Mach-Number Transonic Flow Regimes,” *AIAA Journal*, Vol. 62, No. 12, 2024, pp. 4881-4887.
- [6] Miyake, T., and Terashima, H., “Numerical Investigation of Double Transonic Dip Behaviors in Supercritical Airfoil Flutter,” *AIAA Journal*, Vol. 61, No. 12, 2023, pp. 5365–5376.
- [7] Seidel, D. A., Sandford, M. C., and Eckstrom, C. V., “Measured Unsteady Transonic Aerodynamic Characteristics of an Elastic Supercritical Wing with an Oscillating Control Surface,” *Journal of Aircraft*, Vol. 24, No. 4, 1987, pp. 225-230.
- [8] Rivera, J., Dansberry, B., Bennet, R., Durham, M., and Silva, W., “NACA 0012 Benchmark Model Experimental Flutter Results with Unsteady Pressure Distributions,” AIAA Paper 1992-2396, 1992.
- [9] Seidel, D. A., Eckstrom, C. V., and Sandford M. C., “Transonic Region of High Dynamic Response Encountered on an Elastic Supercritical Wing,” *Journal of Aircraft*, Vol. 26, No. 9, 1989, pp. 870-875.
- [10] Schwarz, J. B., Dowell, E. H., Thomas, J. P., Hall, K. C., Rausch, R. E., and Bartels, R., “Improved Flutter Boundary Predictions for an Isolated Two-Degree-of-Freedom Airfoil,” *Journal of Aircraft*, Vol. 46, No. 6, 2009, pp. 2069–2076.
- [11] Bendiksen, O. O., “Review of Unsteady Transonic Aerodynamics: Theory and Applications,” *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, No. 2, 2011, pp. 135–167.
- [12] Stanford, B. K., and Jacobsen, K. F., “Transonic Aeroelastic Modeling of the NACA 0012 Benchmark Wing,” *AIAA Journal*, Vol. 59, No. 10, 2021, pp. 4134–4143.
- [13] Widhalm, M., Dwight, R. P., Thormann, R., and Hübner, A., “Efficient Computation of Dynamic Stability Data with a Linearized Frequency Domain Solver,” Proceedings of the European Conference on Computational Fluid Dynamics, Lisbon, Portugal, 2010.
- [14] Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., “One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows,” AIAA Paper 1992-0439, 1994.
- [15] Yamamoto, K., Tanaka, K., and Murayama, M., “Effect of a Nonlinear Constitutive Relation for Turbulence Modeling on Predicting Flow Separation at Wing–Body Junction of Transonic Commercial Aircraft,” AIAA Paper 2012-2895, 2012.
- [16] 三宅, 寺島, “高マッハ数領域でのフラッター不安定性再現における翼根壁の重要性 : NACA0012 ベンチマーク試験の高精度予測,” 日本航空宇宙学会北部支部 2025 年講演会前刷り, 2025 年.
- [17] Shima, E., and Jounouchi, T., “Role of CFD in Aeronautical Engineering (No. 14). AUSM Type Upwind Schemes,” NAL SP-34, 1997.
- [18] Anderson, W. K., Thomas, J. L., and Leer, B. Van, “Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations,” *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 9, 1986, pp. 1453–1460.
- [19] Wright, M. J., Candler, G. V., and Prampolini, M., “Data-Parallel Lower-Upper Relaxation Method for the Navier-Stokes Equations,” *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 7, 1996, pp. 1371–1377.
- [20] Spalart, P. R. and Garbaruk, A. V., "Correction to the Spalart-Allmaras Turbulence Model, Providing More Accurate Skin Friction," *AIAA Journal*, Vol. 58, No. 5, 2020, pp. 1903-1905.
- [21] Tamaki, Y. and Kawai, S., "Turbulence Anisotropy Effects on Corner-Flow Separation: Physics and Turbulence Modelling," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 980, 2024, A21.
- [22] 鷺津, “空力弾性学,” 共立出版, 1957 年.