

# 1D01 Anisotropic mesh adaptationを用いた航空機後流の 数値計算に関する基礎的検討

○菅谷圭祐（宇宙航空研究開発機構）

A Two-dimensional Study on Aircraft Wake Prediction Using Computational Fluid Dynamics with Anisotropic Mesh Adaptation

Keisuke Sugaya (Japan Aerospace Exploration Agency)

Key Words : CFD, Grid Generation

## Abstract

In this study, we investigate the fundamental properties of anisotropic mesh adaptation for designing innovative aircraft. The turbulent flow around a flat plate and an airfoil is simulated on adapted meshes. In the flat plate problem, thin meshes are generated in the boundary layer, with particularly dense meshes in the buffer layer. The skin-friction coefficient distribution agrees with that of reference grid simulation, while the spatial velocity matches the theoretical value. The flow around the RAE2822 transonic airfoil is also simulated, demonstrating that the spatial total pressure distribution matches that of the reference grid simulation.

## 1. 序論

航空輸送への需要の高まりに伴う環境負荷の増大から、低環境負荷な航空機の実現が望まれる。このため、例えば尾部に胴体後流適応型推進器 (Wake Adaptive Thruster, WAT) を搭載する Tube and Wing 形態<sup>1</sup> (図1) や、分散推進システムを搭載する Blended Wing Body 形態など、様々な革新的な旅客機が検討されている。これらの旅客機では、境界層や交流などの、機体の影響を受けた気流が推進器に流入する。そこで設計や性能評価のための数値流体力学では、空気に加え、機体まわりの流れも精確に予測することが重要である。

機体まわりの流れを精度よく予測する方法に、解適合格子を生成できる Anisotropic Mesh Adaptation<sup>2-5</sup> (以下 AMA と呼ぶ) がある。この手法では、流れ場にあわせて非等方的に格子のセルや節点の粗密が調整される。主な適用事例には、超音速機の圧力波形予測<sup>2</sup>や高揚力形態の空力予測<sup>5</sup>などがある。風洞試験結果などとの比較では、計算結果は良好に一致することが報告されている。これらの事例より、AMA は革新的な旅客機の設計と性能予測に適していると期待される。ただしその適用には、二つの観点からの更なる調査が重要である。

ひとつ目は境界層での流れの予測である。解適合格子では、境界層が発達する物体近傍でも歪んだ格子が生成されうる。また高揚力形態の空力予測の研究<sup>5</sup>では境界層のバッファ層と外縁で格子が薄くなる

ことが報告されている。これは通常の格子生成ガイドライン<sup>6</sup>での、物体壁面からその外側に向けて厚みが単調に増加する格子とは異なる。

ふたつ目は後流の予測である。尾部に推進器がある旅客機に関する先行研究<sup>7</sup>では、主翼の影響を受けた気流が尾部推進器に流入すると報告されている。このため図1のような形態の検討でも、胴体長は平均空力翼弦長の10倍程度であるから、主翼の後流も翼弦長の10倍程度精度よく計算されることが望まれる。

本研究の目的は、機体後流が推進器に流入する旅客機の設計・性能予測への適用を念頭に、AMAを用いた基礎的な流れ場の予測について調査することである。計算対象は二次元形状で、平板乱流境界層問題では境界層内の流れについて、遷音速翼型問題では後流の予測について調査する。

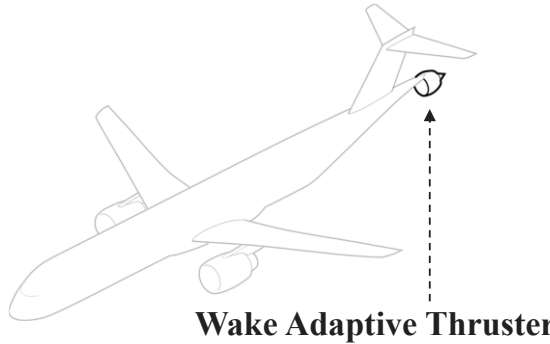


図1 WATを搭載する旅客機概念図

## 2. 計算手法

### 2. 1. Anisotropic mesh adaptation

#### 2. 1. 1. 基本的な考え方

AMAは解適合格子を生成する手法である。本研究では、流れ場の二階微分に関する指標を用いる。詳細は文献<sup>3</sup>に詳しいが、以下では概要を述べる。

AMAは二階微分の誤差項を小さくするよう格子の粗密を調整する。例えばマッハ数分布などを表すスカラー関数 $\phi(\mathbf{x})$ は、格子の節点 $i$ での情報から次式で近似される。

$$\phi(\mathbf{x}) \sim \phi(\mathbf{x}_i) + (\nabla\phi)^T(\Delta\mathbf{x}) + \frac{1}{2}(\Delta\mathbf{x})^T\mathcal{H}(\Delta\mathbf{x}) + \mathcal{O}(\Delta\mathbf{x}^3) \quad (1)$$

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_i$$

格子の節点 $i$ での $\phi(\mathbf{x}_i)$ と一階微分 $\nabla\phi$ で流れ場を再構築する場合、ヘッセ行列 $\mathcal{H}$ を含む二階微分の項 $\frac{1}{2}(\Delta\mathbf{x})^T\mathcal{H}(\Delta\mathbf{x})$ が誤差項に含まれる。このため二階微分項が大きい領域で格子の節点を密にすると、誤差が小さくなる。

実際の解適合格子生成では、計算領域全体での誤差を小さくするため、ヘッセ行列に基づく計量テンソル $\mathcal{M}$ を用いて格子の粗密を調整する。計算領域 $\Omega$ 全体での誤差を $L^p$ ノルムで評価する場合、節点 $i$ での計量テンソルは次式である。

$$\mathcal{M}_i = D_{L^p} \det[\mathcal{H}_i]^{-\frac{1}{2p+d}} |\mathcal{H}_i| \quad (2)$$

$$D_{L^p} = N^{\frac{2}{d}} \left( \int_{\Omega} \det[\mathcal{H}]^{\frac{p}{2p+d}} dx \right)^{-\frac{2}{d}}$$

$$|\mathcal{H}| = \mathcal{R} \text{diag}(|\lambda|) \mathcal{R}^T, \mathcal{H} = \mathcal{R} \text{diag}(\lambda) \mathcal{R}^T$$

ここで $\lambda$ はヘッセ行列 $\mathcal{H}$ の固有値、 $d$ は二次元では2である。 $N$ は計算の規模に関するパラメータで、本研究ではユーザ指定である。 $N$ が増加すると解適合格子の全節点数も増加する。また、節点 $i, j$ での計量テンソルに基づく節点間の距離 $\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{v}_{ij})$ は次式で近似される。

$$\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{v}_{ij}) = \int_0^1 \sqrt{\mathbf{v}_{ij}^T \mathcal{M}(t) \mathbf{v}_{ij}} dt \sim \sqrt{\mathbf{v}_{ij}^T \mathcal{M}_i \mathbf{v}_{ij}} \frac{r-1}{r \ln(r)} \quad (3)$$

$$r = \sqrt{\mathbf{v}_{ij}^T \mathcal{M}_i \mathbf{v}_{ij}} / \sqrt{\mathbf{v}_{ij}^T \mathcal{M}_j \mathbf{v}_{ij}}, \mathbf{v}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$$

以上より、AMAでは以下の繰り返し解適合格子を生成する。

1. ある格子で物理量のヘッセ行列 $\mathcal{H}$ を計算する。
2. 式(2)で節点での計量テンソル $\mathcal{M}$ を計算する
3. 式(3)で格子の節点間の軽量テンソルに基づく距離 $\ell_{\mathcal{M}}$ を計算する。
4.  $\ell_{\mathcal{M}}$ が閾値 $L_{up}$ より大きい場合は節点と節点を結ぶ辺を分割し、 $L_{low}$ より小さい場合は辺を削除する。（図2(a), (b)）

#### 2. 1. 2. 本研究での手法

筆者が開発中のツールで解適合格子を生成する。セルの形状は三角形または四面体のみである。図3はフローチャートである。流体計算とAMAは10回繰り返す。先行研究にならい<sup>2,3</sup>、マッハ数分布のヘッセ行列に基づく指標を用いる。誤差のノルムは $p=4$ である。ある節点でのヘッセ行列は、隣の節点と、隣の隣の節点の物理量を参照し、最小二乗法で計算する。辺を分割・削除する際の閾値 $L_{up}$ と $L_{low}$ はそれぞれ $\sqrt{2}$ と $1/\sqrt{2}$ である。計量テンソルに基づくセルの質を改善できる場合は、セルの辺を交換する(図2 (c))。

#### 2. 2. 流体解析手法とポスト処理

本研究では三角形で構成される二次元格子で計算可能な、オープンソースのソルバSU2 v8.1.0<sup>8</sup>を使う。表1は計算手法である。流れ場の可視化と後処理には商用ソフトウェア<sup>9</sup>を利用する。

表1 数値計算手法

支配方程式	圧縮性RANS方程式
乱流モデル	Spalart-Allmarasモデル (SA-nof2)
空間離散化手法	median-dual vertex-based schemeを用いた有限体積法
勾配評価	Green-Gauss法
非粘性流束評価	SLAU+線形補間 遷音速流れではリミタあり
時間積分	陰解法 (FGMRES)

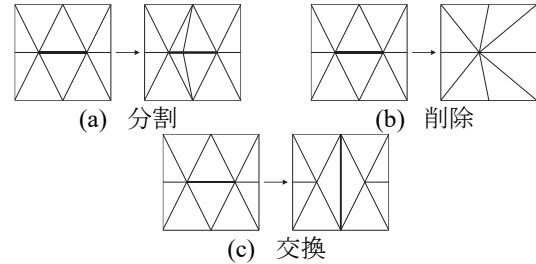


図2 辺に対する操作

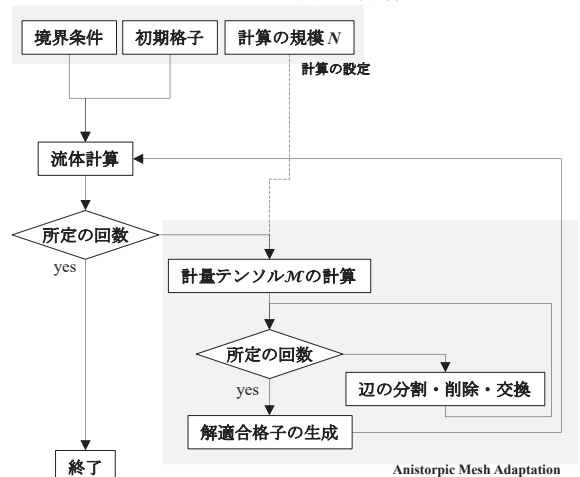


図3 本研究でのフローチャート

### 3. 検証計算

#### 3. 1. 平板乱流境界層

##### 3. 1. 1. 問題設定

Turbulence Modeling Resource<sup>10</sup> (TMR)の平板乱流境界層問題を計算する。主流のマッハ数は0.2、代表長 $L$ 基準のレイノルズ数は $5 \times 10^6$ 、主流の静温は300 [K]である。計算領域の流入側には滑り壁があり、 $x=0$ で非滑り壁に切り替わる。

##### 3. 1. 2. 計算格子

解適合格子生成では、節点数が5の格子を初期格子とする。解適合格子の節点数は、700、1,400、2,700、5,200点である。解適合格子の節点数は一段階ずつ増加させ、初期格子にはその前の解適合格子を用いる。例えば、2,700点の解適合格子を初期格子として5,200点の解適合格子を生成する。以降は断りのない限り、節点数が5,200の格子での結果を示す。比較のためTMRで公開されている構造格子で、最も細かいものでも計算する。節点数はおおよそ210,000点で、壁面に隣接するセルの高さは $5 \times 10^{-7}$ である。表2に格子の節点数の比較を示す。

##### 3. 1. 3. 計算結果

図4に初期格子と解適合格子を示す。図4(b)より $x \geq 0$ の非滑り壁近傍で格子が細分化される。図4(c)の拡大図より、格子は境界層の内側で細かく、外側で粗い。図4(d)より、 $x/L \sim 0.97$ では $y/L \sim 5 \times 10^{-5}$ で格子が密である。 $x/L \sim 0.97$ では $y/L \sim 5 \times 10^{-6}$ が無次元壁面距離 $y^+ \sim 1$ に相当するので、境界層のバッファ層が細分化される。つまり、先行研究<sup>5</sup>と同様の格子が生成される。

図5に抵抗係数の格子収束を示す。解適合格子の計算は、構造格子やTMRで公開されているCFL3Dでの計算と一致する。また図6より、AMA格子と構造格子で表面摩擦係数分布は一致する。図7は $x/L=0.97$ での空間の無次元速度分布であり、SA wall model<sup>11</sup>と一致する。以上より、解適合格子での計算は妥当である。

図8は非滑り壁に隣接するセルの高さ分布である。 $x, y$ 軸のどちらも対数軸である。図8より気流方向の節点分布は、滑り壁から非滑り壁への切り替わりで細かい。セルの高さは非滑り壁への切り替わりから離れると増加する。 $x/L \sim 1 \times 10^{-3}$ 以降のセルの高さは $1 \times 10^{-5}$ 程度であり、これは $y^+ \sim 2$ 程度に相当する。表3は格子の節点数の内訳であり、構造格子に対し解適合格子はバッファ層での節点数の割合が高い。図9はSA wall modelから計算される無次元速度 $u^+$ の二階微分でありバッファ層に相当する $y^+ \sim 5$ から $y^+ \sim 30$ で値が高い。式(3)より、二階微分が大きいバッファ層では節点間の距離 $\ell_M$ が大きく評価され、閾値 $\ell_{up}$ を上回る

ため格子が細分化されると考えられる。

#### 3. 2. RAE2822翼型

##### 3. 2. 1. 問題設定

NPARC Alliance Validation Archive<sup>12</sup>のRAE2822遷音速翼型問題を計算する。主流のマッハ数は0.729、主流の静温は460 [R]、迎角は2.31 [deg]である。翼弦長基準のレイノルズ数は $6.5 \times 10^6$ である。遠方境界は翼型から翼弦長のおおよそ20倍離れる。

##### 3. 2. 2. 計算格子

非粘性解析用の格子を初期格子とし、格子の節点数がおおよそ12,000、24,000点となる設定で解適合格子を生成する。以降は断りのない限り、節点数がおおよそ24,000の格子での結果を示す。比較のために、節点数がおおよそ950,000点の構造格子でも計算する。図10は格子の比較である。図10(a)より、比較の構造格子は翼型上面で格子幅を細かく、また格子線は後流に沿う。図10(c)(d)より、適合格子は物体近傍、衝撃波、後流で、非等方的に格子が密である。

##### 3. 2. 3. 計算結果

表5より、解適合格子と構造格子の抵抗係数と揚力係数は1%未満程度の差で一致する。図11の表面圧力係数分布はよく一致し、衝撃波の位置も同じである。構造格子の計算では、前側縁で鋭い変化がみられるが、格子生成に用いた形状データの定義点よりも格子幅が小さいことが原因だと考えられる。図12の表面摩擦係数分布も一致するが、解適合格子の計算には細かな振動が生じる。以上より解適合格子での計算は、物体近傍の流れは妥当である。

図13は空間の総圧分布の比較である。 $x/c=0.50$ は衝撃波の前方、 $x/c=0.80$ は後方に位置する。 $x/c=0.50, 0.80$ のどちらも解適合格子と構造格子で一致する。同様に $x/c=10$ でも総圧分布は一致する。つまり、解適合格子での計算では、物体近傍と下流での総圧分布の予測が妥当である。

## 4. 結論

本研究では、機体後流が推進器に流入する旅客機の設計・性能予測への適用を念頭に、Anisotropic Mesh Adaptation (AMA) による基礎的な流れ場の予測について調査した。平板乱流境界層問題では、抵抗係数や表面圧力係数分布は比較の構造格子での計算と一致し、空間の速度分布はSA Wall modelと一致した。RAE2822遷音速翼型の計算では、総圧の空間分布は比較の構造格子の計算と一致し、翼弦長の10倍程度下流でも後流を精度よく予測できた。本研究ではAMAを用いた後流予測の基礎的検討のため二次元形

状を対象としたが、三次元の旅客機形状でも良好な予測が可能であることが期待される。

表2 格子の節点数(平板乱流境界層)		
	節点数	非滑り壁上の節点数
初期格子	5	2
解適合格子	5,197	178
構造格子	209,825	449

表3 境界層での節点数の内訳(平板乱流境界層)		
	解適合格子	構造格子
$y < 2.7 \times 10^{-5}$ (粘性底層)	9%	19%
$2.7 \times 10^{-5} \leq y < 1.6 \times 10^{-4}$ (バッファ層)	49%	26%
$1.6 \times 10^{-4} \leq y < 5.4 \times 10^{-3}$ (対数層)	41%	54%

表4 格子の節点数(RAE2822)	
	節点数
初期格子	10,225
解適合格子①	12,368
解適合格子②	24,241
構造格子	947,905

表5 空力係数の比較(RAE2822)		
	抵抗係数	揚力係数
初期格子	0.02057	0.3088
解適合格子①	0.01335	0.7026
解適合格子②	0.01315	0.7087
構造格子	0.01305	0.7127

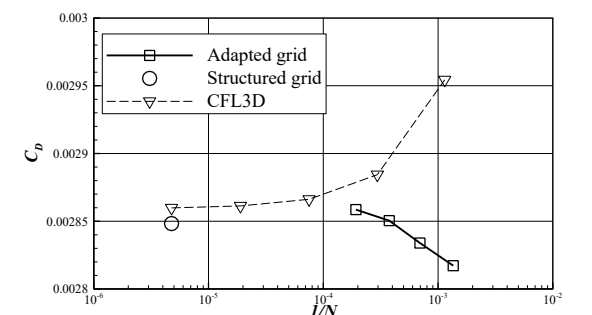
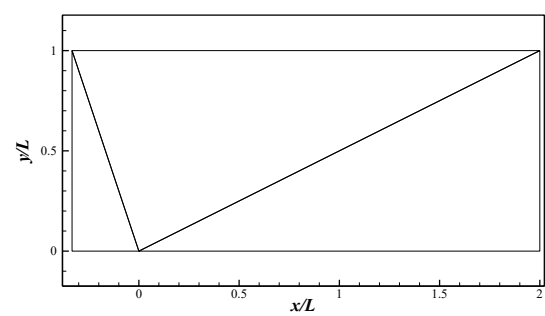
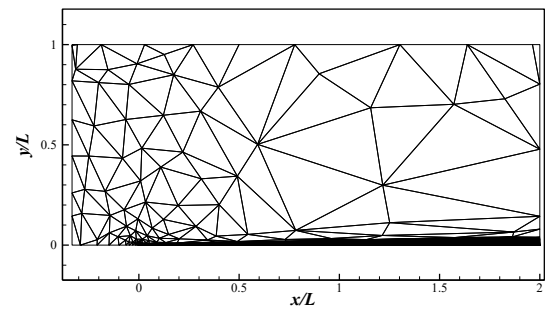


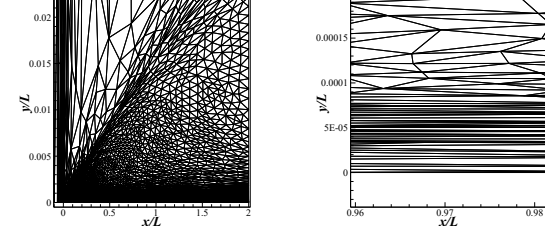
図5 抵抗係数の格子収束



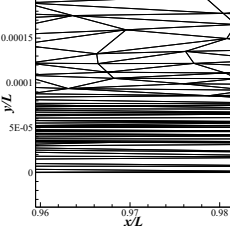
(a) 初期格子



(b) 解適合格子



(c) 全体図、壁面垂直方向に拡大して可視化



(d) 壁面近傍の拡大図、壁面垂直方向に拡大して可視化

図4 平板乱流境界層まわりの計算格子

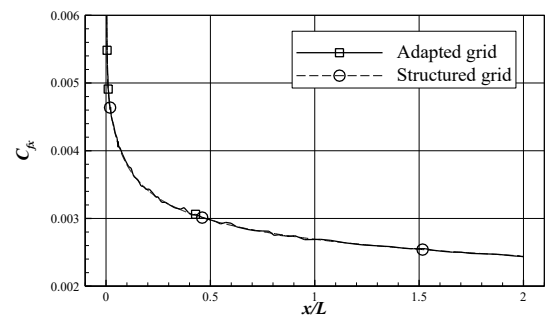


図6 表面摩擦係数分布

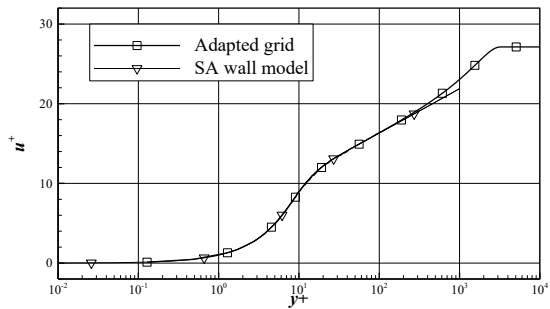


図7  $x=0.97$ での空間の無次元速度分布

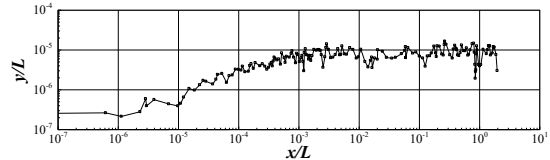


図8 非滑り壁に隣接するセルの高さ分布

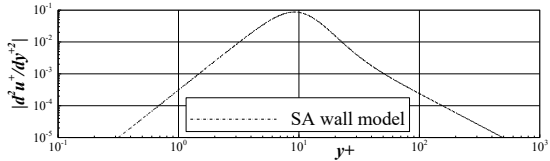


図9 SA wall modelでの無次元速度の二階微分

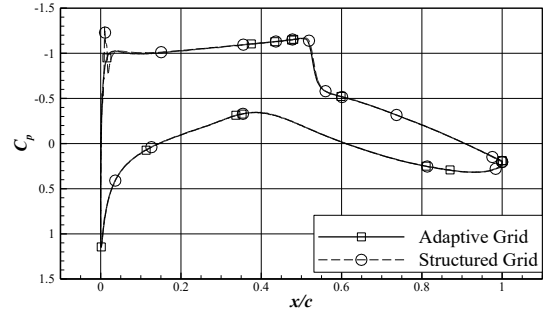


図11 表面圧力係数分布の比較

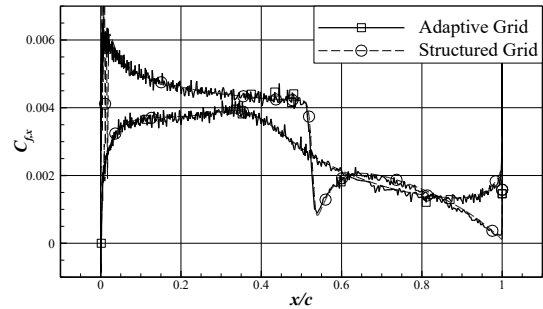
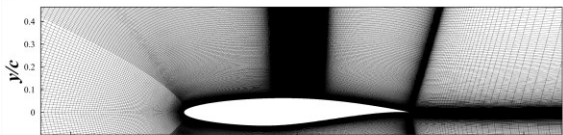
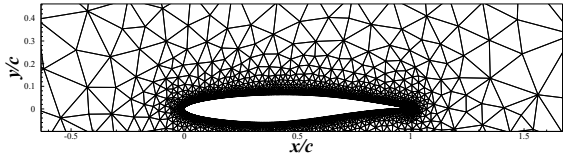


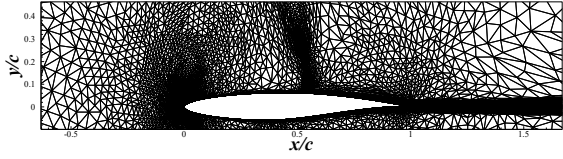
図12 表面摩擦係数分布の比較



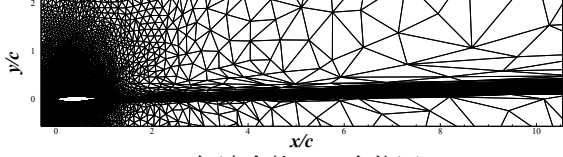
(a) 構造格子



(b) 初期格子

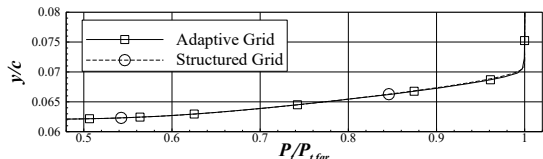


(c) 解適合格子

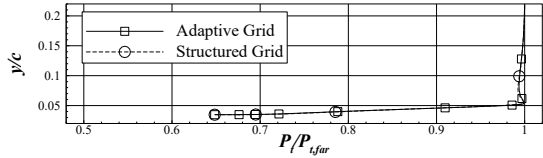


(d) 解適合格子の全体図

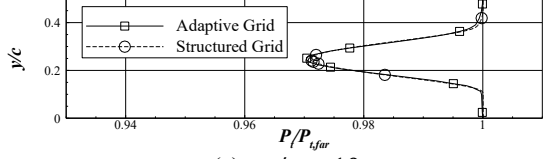
図10 RAE2822翼型まわりの計算格子



(a)  $x/c = 0.50$



(b)  $x/c = 0.80$



(c)  $x/c = 10$

図13 空間の総圧分布の比較

## 参考文献

1. 航空機用MW級電動ハイブリッド推進システムの技術実証（MEGAWATT），  
<https://www.aero.jaxa.jp/research/ecat/megawatt/>  
[Retrieved on March 20th, 2025].
2. Alauzet, F., and Loseille, A., “High-order sonic boom modeling based on adaptive methods,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 229, 2010.  
DOI: 10.1016/j.jcp.2009.09.020
3. Alauzet, F., and Loseille, A., “A decade of progress on anisotropic mesh adaptation for computational fluid dynamics,” *Comput. Aided. Des.*, Vol. 72, 2016.  
DOI: 10.1016/j.cad.2015.09.005
4. Coppeans, A.W., et al., “Anisotropic Mesh Adaptation for High-Order Meshes in Two Dimensions,” AIAA Paper 2024-1020, 2024.
5. Alauzet F., et al., “5th AIAA CFD High Lift Prediction Workshop results using metric-based anisotropic mesh adaptation,” AIAA Paper 2025-0497, 2025.
6. “4th AIAA CFD Drag Prediction Workshop Gridding Guidelines,” 2008, [https://aiaa-dpw.larc.nasa.gov/Workshop4/gridding\\_guidelines\\_4.html](https://aiaa-dpw.larc.nasa.gov/Workshop4/gridding_guidelines_4.html) [Retrieved on March 20th, 2025].
7. Machado, L., et al., “Aeropropulsive Assessment of a BLI Tail-Cone Thruster Propulsion System for the NASA Common Research Model and a Transonic Truss-Braced Wing Configuration,” AIAA Paper 2024-3767, 2024.
8. SU2 Multiphysics Simulation and Design Software, <https://su2code.github.io/> [Retrieved on March 20th, 2025].
9. Tecplot 360, <https://tecplot.com/products/tecplot-360/> [Retrieved on March 20th, 2025]
10. Rumsey, C., Turbulence modeling resource, March 24th, 2021, <http://turbmodels.larc.nasa.gov/> [Retrieved on March 20th, 2025].
11. Allmaras, S. R., Johnson, F. T., and Spalart, P. R., “Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model,” 7th International Conference on Computational Fluid Dynamics, Paper ICCFD7-1902, 2012.
12. NPARC Alliance Validation Archive, <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/archive.html> [Retrieved on March 20th, 2025].