

## 2D05 ソニックブーム強度評価における不確実性解析への 次元削減技術の活用

○浅野楓斗, 山崎渉（長岡技術科学大学）

Application of Dimensionality Reduction Techniques to Uncertainty Analysis in Sonic Boom Loudness Evaluation  
Futo Asano and Wataru Yamazaki (Nagaoka University of Technology)

Key Words: Supersonic Flow, CFD, Compressible Flow

### Abstract

The sonic boom loudness is affected by flight and atmospheric conditions, which requires a robust low-boom design for supersonic transport that can withstand variations in these factors. Therefore, sonic boom analysis considering uncertainties in flight and atmospheric conditions is required. However, the total number of uncertain variables can be very large because they can be defined at many altitudes within the atmospheric profile, making it difficult to define appropriate conditions. In this study, we aimed to achieve efficient uncertainty analysis of sonic boom utilizing dimensionality reduction techniques, and to gain new insights into which atmospheric conditions contribute to the sonic boom loudness. The uncertainty analysis combined with the dimensionality reduction techniques of the active subspace method could reduce the dimensionality of the uncertain input variable space as well as the computational cost for reasonable uncertainty analysis. It was confirmed from the uncertainty variables in the low-dimensional uncertain input variable space that the sonic boom loudness was largely affected by relative humidity near the ground.

### 1. 緒言

急速なグローバル化の発展などにより高速輸送の需要が高まっており、超音速旅客機による高速輸送が注目されている。しかし過去に唯一商業運用された超音速旅客機コンコルドは、超音速飛行に伴う抗力の増大に起因する燃費の悪化やソニックブームによる地上での騒音が大きな問題となり、2003年に全機退役している。次世代超音速旅客機の開発のためにはこれらの問題を解決することが不可欠である。

本研究ではソニックブームについて着目した。ソニックブームの騒音強度は、機体の巡航速度や迎角などの飛行条件だけでなく、ソニックブームが地上に伝播する際の気温、相対湿度、風速といった大気の状態にも影響を受けることが知られている。そのためロバスト性の高い超音速旅客機の低ブーム設計に向け、大気条件の不確実性を考慮したソニックブーム解析に関する様々な研究が行われている<sup>[2][3][4]</sup>。しかし大気条件については、多数の高度における大気条件を不確実性入力と考える事ができるため、適切な条件設定が困難であり、不確実性入力変数の総数も非常に大きくなりうる。本研究ではソニックブームの不確実性解析に次元削減技術を組み合わせることで、効率的な不確実性解析を実現すると共に、騒音強度の変動に影響を及ぼす大気条件の主要な要因について検討を行った。

### 2. 解析手法

#### 2. 1. 数値流体解析

三次元超音速非粘性流は非構造格子CFDソルバーTAS (Tohoku University Aerodynamic Simulation) - code<sup>[5][6]</sup>により解析する。支配方程式は三次元圧縮性オイラー方程式で、セル節点有限体積法により離散化する。非粘性流束は近似リーマン解法のひとつであるHarten-Lax-van Leer-Einfelds-Wada (HLLW)<sup>[7]</sup>により評価する。また、Burgにより開発されたUnstructured Monotone Upwind Schemes for Conservation Laws (U-MUSCL)<sup>[6][8]</sup>により、高次精度化（空間2次精度）を行う。高次精度化した時の計算安定化のためにVenkatakrishnan's limiter<sup>[9]</sup>による制限関数を適用する。時間積分法にはLU-SGS陰解法<sup>[10]</sup>を使用する。3次元非構造格子はMEGG3D<sup>[11]</sup>のadvancing front法<sup>[12]</sup>を使用することで表面格子を生成し、Delaunay法<sup>[13]</sup>により四面体空間格子を作成する。以上の非構造格子を用いた数値流体解析手法については、その高い計算精度が確認されている<sup>[6]</sup>。

#### 2. 2. ソニックブーム解析

地上へのソニックブームの伝播解析はJAXAによって開発された非線形音響伝播解析ソフトウェアXnoise<sup>[14][15]</sup>により行う。Xnoiseは拡張Burgers方程式をオペレータ・スプリット法により解くことで伝播

計算を行う。拡張Burgers方程式では、非線形効果、幾何拡張効果、大気成層化効果に加え、熱粘性や分子振動緩和効果が考慮される。この手法では伝播解析するための初期入力圧力波形として、CFD解析により得られた流れ場の機体下方の圧力分布を使用する (Fig.1-(1), Fig.1-(2))。その圧力分布を拡張Burgers方程式により伝播解析し、地上に到達する圧力波形が求まる (Fig.1-(3))。入力圧力分布の採取位置の検討を行った結果、機体から約2機体長下方の圧力分布を使用することで三次元性の影響が小さくなり、十分な精度のソニックブーム評価が行えることが確認された。地上の反射係数は1.9に設定する<sup>[16]</sup>。

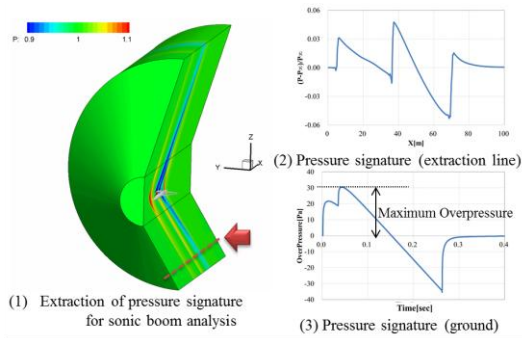


Fig.1 Sonic boom analysis

### 3. 不確実性解析

#### 3. 1. Monte Carlo Simulation (MCS)

最も直接的な不確実性解析手法の一つがMCSである。不確実入力変数 $\vec{z}$ に対する出力値 $w$ の平均 $\mu$ は以下の式で表すことができる。

$$\mu(w(\vec{z})) = \int \cdots \int (w(\vec{z})\phi(\vec{z})) dz_1 \cdots dz_n \quad (1)$$

ただし $n$ は不確実入力変数の個数、 $\phi$ は $\vec{z}$ の確率密度関数である。(1)式の積分は直接解くことが困難である。そのためMCSでは $\phi$ の分布に従い、 $n$ 次元の不確実入力変数空間上に $m$ 個のサンプル点 $\vec{z}_i$ を生成し、以下の式で $\mu(w(\vec{z}))$ を推定する。

$$\mu(w(\vec{z})) \cong \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w(\vec{z}_i) \quad (2)$$

同様に $w$ の標準偏差 $\sigma$ は以下の式で推定される。

$$\sigma^2(w(\vec{z})) \cong \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (w(\vec{z}_i) - \mu(w(\vec{z})))^2 \quad (3)$$

MCSでは出力値の平均、標準偏差、確率密度関数 (Probability Density Function, PDF) などを用いて、不確実入力変数が出力値に及ぼす影響を調査する。MCSでは一般に $m \geq 1000$ のサンプル点での性能評価が必要となり、計算コストが膨大となる。そのため本研究では以下の2つの不確実性解析手法の精度評

価にMCSの結果を用いる。

#### 3. 2. Inexpensive Monte Carlo Simulation (IMCS)

IMCSはMCSにおける $m$ 回の性能評価を応答曲面上の $m$ 回の性能値予測に置き換えることで計算コストを小さくする手法である。 $m'$ 回性能評価を行い得られた情報を基に、 $n$ 次元の不確実入力空間上に応答曲面を構築し、その応答曲面により性能値予測することで近似的にMCSを実行する。本研究では予測モデル生成にKriging応答曲面法を用いた。MCSと異なり $m'$ 回の性能評価のみで済むため (通常 $m' < m$ )、計算コストが非常に小さいことが知られている。

#### 3. 3. Active Subspace Method (ASM)

不確実入力変数 $n$ が多いとき、IMCSでは所謂次元の呪いの影響により、構築する応答曲面の精度が低下することが考えられる。そこで性能値の勾配情報を基に次元削減を行うASMにより、不確実入力空間を低次元化する。 $l$ 個の代表点における勾配情報の行列 $G$ を以下の式で定義する。

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial w(\vec{z}_1)}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial w(\vec{z}_l)}{\partial z_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial w(\vec{z}_1)}{\partial z_n} & \cdots & \frac{\partial w(\vec{z}_l)}{\partial z_n} \end{bmatrix} \quad (4)$$

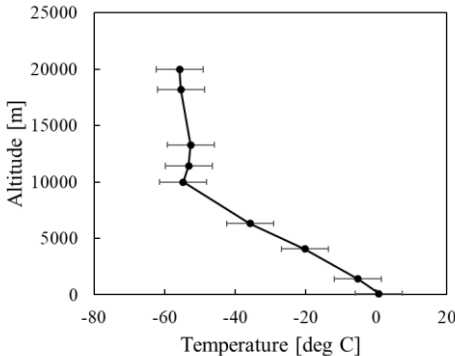
代表点は $\phi$ の分布に従い生成し、勾配は $n$ 次元の不確実入力空間上に構築した性能値の応答曲面から近似的に評価する。共分散行列 $R = G^T G$ に対し主成分分析 (Proper Orthogonal Decomposition, POD) を行い、性能値変化の大きい $n$ 次元空間内における方向ベクトル $\vec{\phi}_i$ を取得する。PODのエネルギー値を参考にし、 $n'$ 個のモードを考慮することで不確実入力空間を $n$ 次元から $n'$ 次元に次元削減する。この時、元々の不確実入力空間と低次元の不確実入力空間との関係は以下の式で与えられる。

$$\vec{z} = \vec{z}_0 + \sum_{i=1}^{n'} \xi_i \vec{\phi}_i \quad (5)$$

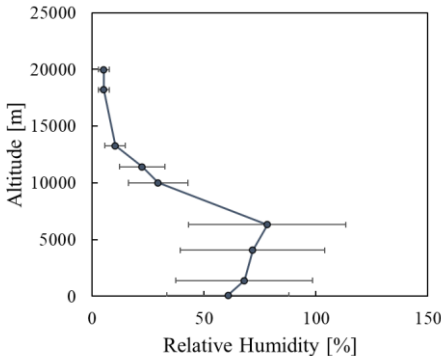
ここで $\vec{z}_0$ は低次元空間における原点となる高次元空間の位置を示す。 $\xi_i$ は各モードベクトルに対する係数値であり、低次元空間における不確実変数ベクトル $\vec{z}_{low}$ は $\vec{z}_{low} = (\xi_1, \dots, \xi_{n'})$ と表現できる。 $\vec{z}_{low}$ に与えるべき不確実性は $\vec{z}$ に与えていた不確実性から決定することができる。次元削減により不確実入力空間を $n'$ 次元空間とした上でIMCSを行うことで次元の呪いの影響を回避し、効率的な不確実性解析を行うことが可能となる。また次元削減により出力値に強く影響する方向を抽出できるため、 $\vec{\phi}_i$ が及ぼす影響から性能値変化に強い影響を与える要因を考察することも可能である。

4. 解析条件

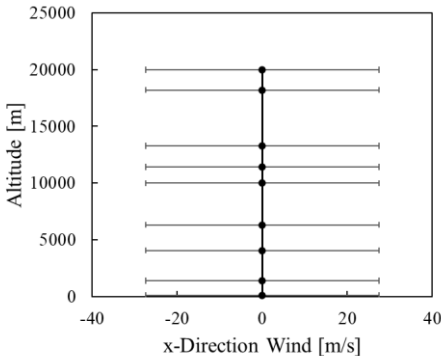
本稿では圧力波形の伝播時の大気状態の不確実性を考慮し解析する。大気条件として気温、相対湿度、 $x$ （機体正面）方向及び $y$ （機体側面）方向の風速の計4要素について不確実性を考慮する。各要素は高度に対し9つの変数で表現され、本解析では合計36個の不確実性入力変数を考慮する (Fig.2)。大気条件の平均値はISO 9613-1を参考に決定した。また不確実性変数の確率分布については先行研究<sup>[2]</sup>の大気データを基に決定し、全て正規分布で与えた (Table 1)。気温、 $x$ 方向風速、及び $y$ 方向風速の不確実性については、それぞれの高度における平均値に加算して与えた。一方、相対湿度の不確実性は平均1、標準偏差0.15の正規分布から得られた値を平均値に乗算する形で与え、その結果として湿度が100%を超える場合は100%に設定して解析を行った。



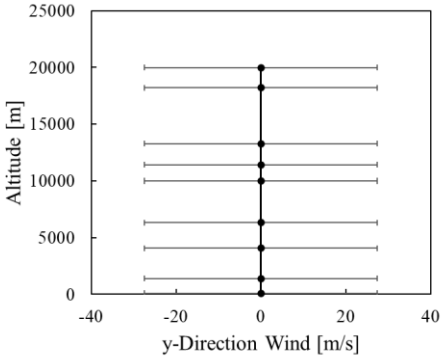
(a) Temperature



(b) Relative Humidity



(c) x-Direction Wind



(d) y-Direction Wind

Fig.2 Atmosphere condition  
(Error bars represent  $\mu \pm 3\sigma$ )

Table 1 Definition of uncertain input variables

入力	標準偏差
気温 [°C]	2.22
相対湿度 [-]	0.15
$x$ 方向風速 [m/s]	9.14
$y$ 方向風速 [m/s]	9.14

5. 解析結果

マッハ数1.6、迎角2°、高度18,000mで飛行するコンコルドを模擬した形状から発生するソニックブームのA特性騒音暴露レベル（A-Weighted Sound Exposure Level, ASEL）について、各手法を用いて不確実性解析を行った。サンプル数はMCSでは $m = 1000$ 、IMCS, ASMでは $m' = l = 100, 200, 300$ の3条件とした。ASMによる次元削減では36次元を1または2次元の不確実性入力空間に削減し、低次元空間内のサンプル数は事前の検討より1, 2次元それぞれ6, 17とした。

Fig. 3に各解析手法・高次元空間のサンプル数におけるASELの標準偏差値を示す。なお、 $L$ は各ケースの不確実性解析に要した性能評価回数の総数を示す。1または2次元という低次元空間に削減したにもかかわらず、36次元空間のMCSと近い標準偏差値を予測できていることがわかる。この理由として、次元削減により高次元空間内のASELにあまり影響しない変数情報を削減できたことにより、低次元空間において精度の高い応答曲面の構築が可能になったためと考えられる。

Fig.4に各解析手法におけるASELのPDFを示す。高次元空間でのサンプル点数の少ない(a)(b)では、IMCSによるPDFがMCSから最も外れている事がわかる。一方ASMでは、低次元空間にもかかわらず1, 2次元空間共に100サンプルで36次元空間のMCSと定性的に一致するPDFを取得できた。この理由として、高次元空間における応答曲面に求められる精度

が両手法で異なることが考えられる。IMCSでは、高次元空間上の応答曲面に対して直接MCSを行うことから、高精度なIMCSを実現するには高精度な応答曲面が必要となる。このためIMCSでは多数のサンプル点で応答曲面を構築する必要がある。一方ASMではIMCSと異なり高次元空間の応答曲面は次元削減のためにのみ利用され、実際の不確実性解析は低次元空間の応答曲面を用いて実行される。そのためASMでは高次元空間の応答曲面には高い精度は求められず、性能値の変化傾向を適切に捉えることができる精度があれば十分である。この結果、ASMではIMCSとは異なり、少ないサンプル点数でも高精度な不確実性解析が可能となったと考えられる。

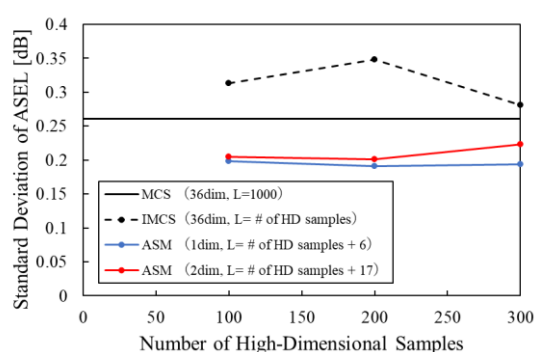
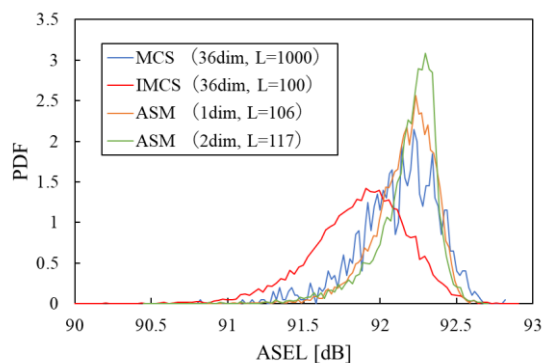
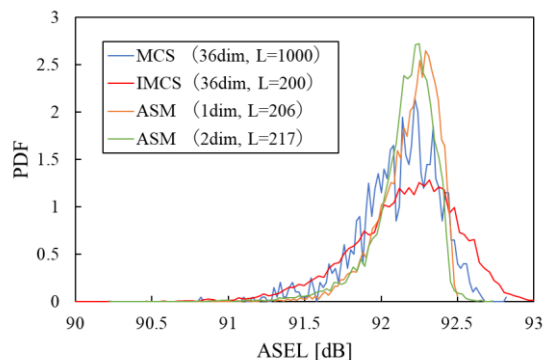


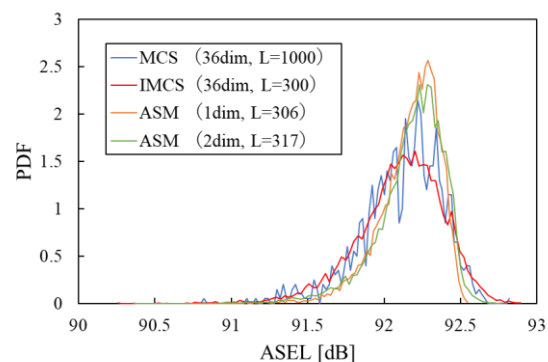
Fig.3 Standard deviation of ASEL



(a) Number of high-dimensional samples: 100



(b) Number of high-dimensional samples: 200



(c) Number of high-dimensional samples: 300

Fig.4 Comparison of PDF distributions

$m' = l = 300$ で構築した応答曲面の勾配情報を用いて不確実性入力空間を1次元に次元削減した場合において、その1つの不確実性入力変数によって考慮された大気条件の不確実性をFig.5に示す。3.3節で前述した通り、次元削減後の不確実性の振る舞いからASELの変動に重要な要因を考察することができる。今回の問題設定では、ASELの変動には相対湿度、気温、各風速の順に影響度合が小さくなっていることを確認でき、この結果は先行研究<sup>[2]</sup>の傾向と同様であった。特に地表付近の相対湿度はASELに大きく影響し、y方向風速は殆ど影響しないことがわかる。実際に全大気条件の不確実性を考慮したMCSでは、地表表面の相対湿度とASELの間には正の相関があることが確認できた (Fig.6)。この理由として、拡張Burgers方程式に含まれている分子振動緩和効果の項による空気の音響吸収量が温湿度に依存していることが原因だと考えられる。吉久・岡田の研究<sup>[17]</sup>によると、相対湿度が30%を超える場合、湿度が高くなるほど空気吸収による減衰量は小さくなる傾向があることが報告されている。また空気吸収による減衰量の湿度依存性は、気温と騒音が持つ周波数により変化し、特に気温が高い程、変化量が大きくなることが示されている。今回の解析時の大気条件では、最も気温が高くなる高度は地表付近である。そのため今回の大気条件では、地表付近の相対湿度が騒音強度に対し最も強く影響を与えたのだと考えられる。

本結果から、不確実性解析に次元削減を組み合わせることで計算コストの削減及び性能値に大きい変化を与える主要な不確実性要因を特定することができた。

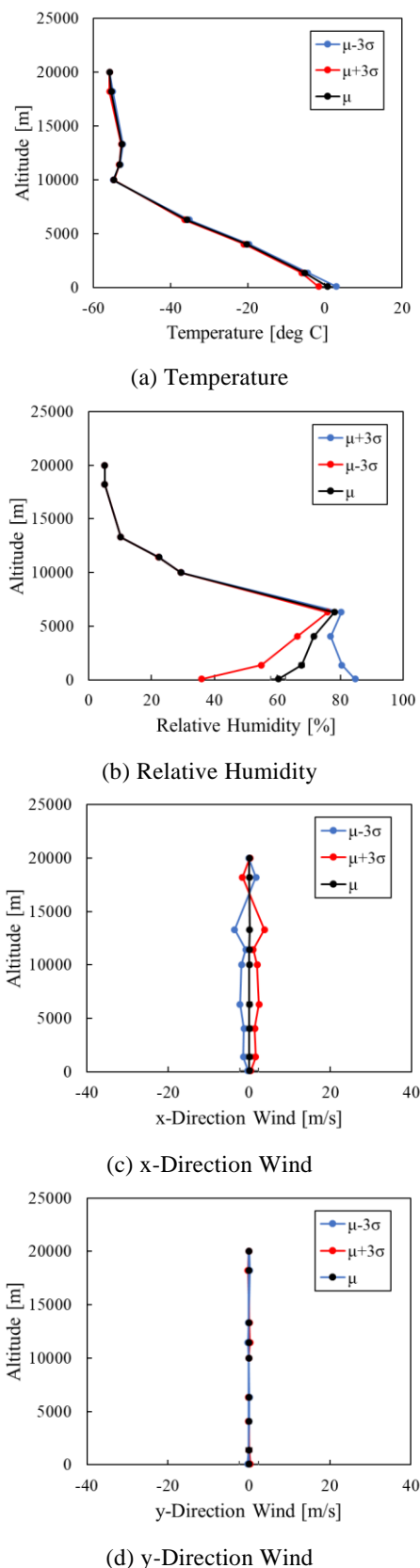


Fig.5 Atmosphere condition obtained from dimensionality reduction

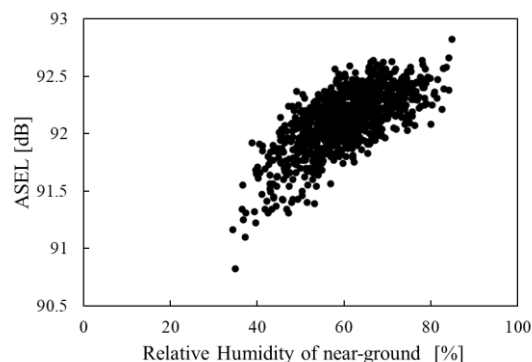


Fig.6 The correlation between ASEL and near-ground relative humidity from the results of MCS

## 5. 結言

本研究では大気条件の不確実性がソニックブームの騒音強度に及ぼす影響について、次元削減技術を組み合わせた不確実性解析により評価した。

その結果、低次元空間で不確実性解析を行うことで計算コストの削減ができることを確認した。今回の解析条件では、ASMはIMCSと比較してMCSと同等のPDFを取得する際の計算コストを1/3程度に削減することができた。また、次元削減後の低次元空間における不確実性変数の振る舞いから性能値への影響度合を評価できることを確認できた。今回の条件下では、ASELに対する影響度は相対湿度、気温、x方向風速、y方向風速の順に小さくなり、特に地上付近の相対湿度が大きく影響していることが確認された。

今回の結果より、ソニックブームの強度解析における次元削減技術を組み合わせた不確実性解析の有用性を確認できた。今後はソニックブーム伝播時の大気条件の不確実性のみならず、CFD解析時の迎角、マッハ数についてもその不確実性を考慮していき、より現実的な問題設定におけるソニックブームの騒音強度についてさらなる検討を行う。

## 謝辞

本論文で用いたソニックブーム伝播解析ソフトウェアXnoise、及び計算格子生成ソフトウェアMEGG3Dを提供して下さった宇宙航空研究開発機構の関係者各位に心より感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] Yamazaki, W. and Hanazaki K., “Efficient Uncertainty Quantification Using Dimension Reduction Technology”, AIAA Paper 2023-1687, 2023.
- [2] White, M. L., Schmidt, J., and Doebler, W., “Uncertainty Quantification Methodology for Sonic Boom Loudness of a Low-Boom Supersonic Concept” ,



NASA Langley Research Center, 2024.

[3] Reddy, R. S., Chitale J., Dulikravich, S. G., “Effects of Atmospheric Uncertainties on Sonic Boom Perceived Level”, Journal of fluid Engineering, Vol.143, No.4, p.041504, 2021.

[4] Iyengar, N., Felix, B. S., Mavris, D. N., “Efficient Uncertainty Quantification of Sonic Boom Pressure Signatures using Reduced Order Modeling”, AIAA Paper 2024-2872, 2024.

[5] Nakahashi, K., Ito, Y., and Togashi, F., “Some Challenges of Realistic Flow Simulations by Unstructured Grid CFD,” International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.43, No.6-7, pp.769-783, 2003.

[6] Yamazaki, W., Matsushima, K., and Nakahashi, K., “Drag Prediction, Decomposition and Visualization in Unstructured Mesh CFD Solver of TAS-code,” International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.57, No.4, pp.417-436, 2008.

[7] Obayashi, S., and Guruswamy, G. P., “Convergence Acceleration of a Navier-Stokes Solver for Efficient Static Aeroelastic Computations,” AIAA Journal, Vol.33, No.6, pp.1134-1141, 1995.

[8] Burg, C. O. E., “Higher Order Variable Extrapolation for Unstructured Finite Volume RANS Flow Solvers,” AIAA Paper 2005-4999, 2005.

[9] Venkatakrishnan, V., “On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions,” AIAA Paper 93-0880, 1993.

[10] Sharov, D., and Nakahashi, K., “Reordering of Hybrid Unstructured Grids for Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel Computations,” AIAA Journal, Vol.36, No.3, pp.484-486, 1998.

[11] 伊藤靖, 村山光宏, 山本一臣, 田中健太郎, “TAS・MEGG3D格子による解析,” JAXA-SP-15-005, pp. 143-152, 2015.

[12] Ito, Y., and Nakahashi, K., “Surface Triangulation for Polygonal Models Based on CAD Data,” International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.39, Issue.1, pp.75-96, 2002.

[13] Sharov, D., and Nakahashi, K., “Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications,” AIAA Journal, Vol.36, No.2, pp.157-162, 1998.

[14] Yamamoto, M., Hashimoto, A., Takahashi, T., Kamamura, T., and Sakai, T., “Long-range Sonic Boom Prediction Considering Atmospheric Effects,” Proceedings of InterNoise 2011, Osaka, 2011.

[15] Yamamoto, M., Hashimoto, A., Takahashi, T.,

Kamakura, T., and Sakai, T., “Numerical Simulations for Sonic Boom Propagation through an Inhomogeneous Atmosphere with Winds,” AIP Conference Proceedings, Nonlinear Acoustics, pp.339-342, 2012.

[16] Robert, L. H., Thomas, H. H., “Statistical Model of Sonic Boom Structural Damage,” FAA-RD-76-87, 1976.

[17] 吉久光一, 岡田恭明, “騒音の長距離伝播に及ぼす空気の音響吸収の影響”, 日本音響学会誌, Vol.69, No.6, pp.297-303, 2013.