

3C02 低レイノルズ数圧縮条件のNACA翼型周りの流れ場の様相にマッハ数および迎角が及ぼす影響の壁解像LESによる評価

○内田天太良, 永田貴之, 野々村拓（名古屋大学）

Wall-Resolved LES Evaluation of the Effects of Mach Number and Angle of Attack on the Aspect of the Flow Field around NACA Airfoils under Low-Reynolds Number Compressible Conditions

Tentaro Uchida, Takayuki Nagata, and Taku Nonomura (Nagoya University)

Key Words : Compressible Flow, CFD, Mach Number

Abstract

We performed wall-resolved LES and investigated the effect of Mach number, the angle of attack and the airfoil thickness on the flow field around NACA 4-digit airfoils. The Reynolds number is set to 2.3×10^4 and the angle of attack is from 0 to 9 degrees in increments of 1 degree. The Mach numbers were set to 0.2, 0.6, and 0.8. As the Mach number increases, both the separation point, and the vortex formation position are located further downstream toward the trailing edge. The turbulent region expands with increasing Mach number. The low-pressure region caused by the separation bubble extends further downstream as the Mach number increases, and for thinner airfoils, pressure recovery occurs closer to the leading edge. This indicates that thinner airfoils are more resistant to flow separation, as evidenced by the sign change point (i.e., the reattachment point) in the skin friction coefficient distribution being located closer to the leading edge for thinner airfoils. Consequently, while the lift-to-drag ratio decreases significantly with increasing Mach number for the thicker airfoil, it remains almost unchanged for the thinner airfoil.

1. はじめに

地球型惑星である火星を調査することにより、地球の成り立ちを知ることが期待されているが、これまでの火星探査機としては人工衛星やローバーが主であった。衛星軌道上からの撮影には解像度やサンプル採取の面で限界があり、ローバーでの探査は行動範囲が制限される。そこで近年では、それらの中間の解像度や探査範囲を持つIngenuityのような火星航空機が世界各国で注目されており、特にアメリカでは、2021年にアメリカ航空宇宙局の火星ヘリコプタである Ingenuity が火星大気での飛行に初めて成功するなど[1]実現に近づいている。

火星航空機等低圧環境下で運用される航空機は、その翼やブレード周り流れが低レイノルズ数かつ高マッハ数件となるため、流れ特性は地球上で運用されている一般的な航空機とは異なる。レイノルズ数が $O(10^3)$ – $O(10^5)$ 程度の低レイノルズ数条件での空力特性においては、層流剥離泡が重要な流れ構造である[2]。層流剥離泡はしばしば、空力特性に影響を及ぼす。例えば揚力曲線の非線形性は前縁付近で形成・崩壊する剥離泡が生み出す低圧領域によるものである。剥離泡の挙動やその圧力分布等の特性の理解は低レイノルズ数翼型の設計に重要であり、様々な研究が行われてきた。翼については、レイノルズ数 $O(10^3)$ – $O(10^4)$ での圧縮性効果の研究が行われており、

NACA翼[3,4]や三角翼[5–8]に対して数値計算や実験が行われ、渦構造や層流剥離泡、空力係数に対するマッハ数効果に着目して研究が行われている。

鈍頭平板周り流れでの研究に関しては、Anyoji et al.[9]は火星風洞において感圧塗料による試験を行い、揚力や抗力を含む空力性能だけでなく、平板前縁における剥離泡などの流れ構造について明らかにした。Kusama et al. [10]は同じ低圧風洞で5%厚の平板周り流れのシュリーレン法による可視化をレイノルズ数 1.1×10^4 で異なるマッハ数に対して行い、マッハ数が高い場合に剥離剪断層の安定領域と大規模渦構造の二次元性が下流側まで維持される可能性を示した。Mukohara and Anyoji [11]はレイノルズ数 6.1×10^3 と 1.1×10^4 でマッハ数を変化させた large-eddy simulation (LES)を行い、渦構造の可視化や速度プロファイルなどから、マッハ数の増加により乱流遷移・再付着が遅延することを明らかにした。Nagata and Nonomura [12]はレイノルズ数 2.0×10^4 の5%厚の鈍頭平板周りの流れのimplicit LESを行い、マッハ数の増加により乱流遷移が遅延し層流剥離泡長さが増加することを示した。

火星航空機の翼型設計のためには、低レイノルズ数・高マッハ数条件における乱流遷移や層流剥離泡等の特性理解が求められるが、翼型に対し低レイノルズ数流れのマッハ数効果を調べた研究は少なく、

空力特性に対してどのような効果があるのか調査が必要である．[9,13,14]

本研究では、3次元圧縮性Navier-Stokes 方程式の壁解像LESにより、NACA 4桁系翼型の対称翼周りの低レイノルズ流れに対する圧縮性および翼厚の影響を調べた。

2. 方法

2-1 計算手法

数値解析には圧縮性流体ソルバーの LANS3D [15]を用いた．支配方程式は3次元圧縮性Navier-Stokes 方程式である．移流項と粘性項は6次精度コンパクト差分法[16]で評価した．移流項の不安定性に起因する高周波の数値振動を抑えるため、10次精度3重対角フィルタ[17,18]を用いた．ここで、フィルタ係数は0.495とした．メトリックとヤコビアンは6次精度コンパクト差分法で評価した[19]．時間方向の離散化は2次精度3点後退差分で行い、時間積分には alternate directional implicit symmetric Gauss Seidel (ADI-SGS)陰解法[19,20]を用いた．陰解法の内部反復は5回[21]とした．本計算では陽的なsub-grid scale (SGS)モデルを用いず、高次精度フィルタが数値的に解像できない高周波の波のみを選択的に除去すると考える陰的LES [22]を用いた．Kawai et al. [23]は本研究で用いた高次精度スキームを用いて十分な解像度で解析を行った場合、乱流に対して優れた解像度を示し、陽的なSGSモデルを用いると却って乱流が減衰することを示した．また本研究では、翼面近傍で十分な解像度を持っていることから、本研究における解析を壁解像 LES と呼ぶ．

2-2 計算格子および境界条件

Figure 1にNACA0012翼型、Figure 2 にNACA0006翼型の計算格子をそれぞれ示す．計算格子はC型構造格子を用いた．図では格子は各方向5点おきに表示した．スパン方向長さはコード長 c を基準として $0.2c$ 、外部境界までの距離は約 $25c$ とした．格子点数は各方向 $N_x = 615$ 点、 $N_y = 200$ 点、 $N_z = 101$ 点の合計12,42300点である．これはKojima et al. による過去研究[24]で用いられた格子と同様である．壁近傍では格子解像度が十分に高く、壁解像LESとなっている．

境界条件は、 ξ 方向境界は流出境界条件であり、密度と速度を一点内側から外挿し、圧力は一樣流の値に固定した． η 方向境界は周期境界条件とし、 ζ 方向の翼表面上は断熱滑りなし条件、wake部分は周期境界条件とした． ζ 方向の外部境界は流入境界であり、すべての変数を一樣流で固定した．

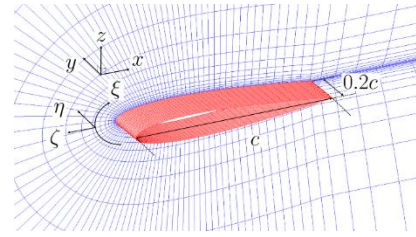


Fig. 1 Computational grid of NACA0012 airfoil.

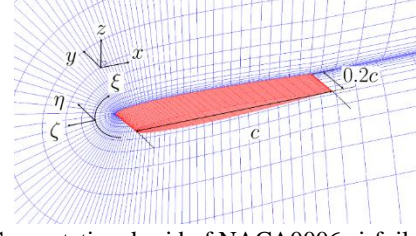


Fig. 2 Computational grid of NACA0006 airfoil.

2-3 計算条件

主流は乱流強度0の一樣流である．流体は、空気を仮定して比熱比1.4，プラントル数0.72とした．主流速度とコード長を基準とするレイノルズ数は 2.3×10^4 ，迎角は0 degから9 degまで1度刻みの10ケース，主流マッハ数 M_∞ は0.2, 0.6, 0.8の3ケースとした．時間刻み幅 Δt は $M_\infty = 0.2$ の場合に $\Delta t = 0.0003c/a_\infty$ となるよう決定した．他のマッハ数の場合には，CFL条件が $M_\infty = 0.2$ の場合と同じになるように Δt を決定した．

3. 結果

3-1 速度場と渦構造

Figures 3, 4にNACA0012翼型とNACA0006翼型周り流れの渦構造を速度勾配テンソルの第二不変量で可視化した図を示す．等値面のしきい値は主流速度の2乗で正規化した値で5とした．背景のコンターと等値面は主流速度で正規化した主流方向速度で色付けした．

NACA0012翼型の $M_\infty = 0.2$ では、Figure 3(a)に示すように、 $\alpha = 3 \text{ deg}$ では最大翼厚位置付近で剥離が生じ、再付着しない．剥離点の下流ではスパン方向に軸を持つロール渦が周期的に生成・放出される．この渦は後縁付近で崩壊し、ヘアピン渦が形成される．Figure 3(b)に $\alpha = 6 \text{ deg}$ の瞬時場を示す．このケースでは、 $\alpha = 3 \text{ deg}$ と比較して、より前縁側で剥離が起こる．また、ロール渦は最大翼厚位置付近で崩壊し、ヘアピン渦を形成する．3-2で詳しく述べるが、この乱流遷移により流れは再付着する．Figure 3(c)に $\alpha = 9 \text{ deg}$ の瞬時場を示す． $\alpha = 6 \text{ deg}$ と比較してさらに前縁側で剥離が生じる． $\alpha = 3 \text{ deg}$ 、 $\alpha = 6 \text{ deg}$ のケースと同様に、2次元的な渦が崩壊して乱流遷移に至る．この3ケースの比較より、迎角の増加に伴い乱流領域が拡大する．

NACA0012翼型における $\alpha = 3 \text{ deg}$ でのマッハ数効果を論ずる。Figures 3(a), (d), (g)より、2次元渦構造が形成される領域、2次元渦構造が崩壊し3次元渦構造が形成される領域はマッハ数が変化しても大きく変化しない。 $\alpha = 6 \text{ deg}$ でのマッハ数効果については $\alpha = 3 \text{ deg}$ と異なり、マッハ数が大きいほど2次元渦構造が形成される領域が後縁側に位置する。また、2次元渦構造が崩壊し3次元渦構造が形成される領域も後縁側に位置し、形成される乱流領域は、マッハ数が大きい場合により壁面から離れる方向へ広く分布す

る。 $\alpha = 9 \text{ deg}$ でのマッハ数効果は、 $\alpha = 6 \text{ deg}$ でのそれと類似する。Figure 3(c)に示す $M_\infty = 0.2$ のケース、Figure 3(f)に示す $M_\infty = 0.6$ のケースより、マッハ数が大きいほど、2次元渦構造および3次元渦構造の形成領域が後縁側に位置し、形成されるヘアピン渦は大きくなる。特筆すべきは、 $M_\infty = 0.6$ のケースにおいて、最大翼厚位置付近でスパン方向に対し斜めの渦が形成されることである。このケースより高い移流マッハ数条件で、自由剪断層において類似した斜めの渦放出が発生することが報告されている[25,26]。

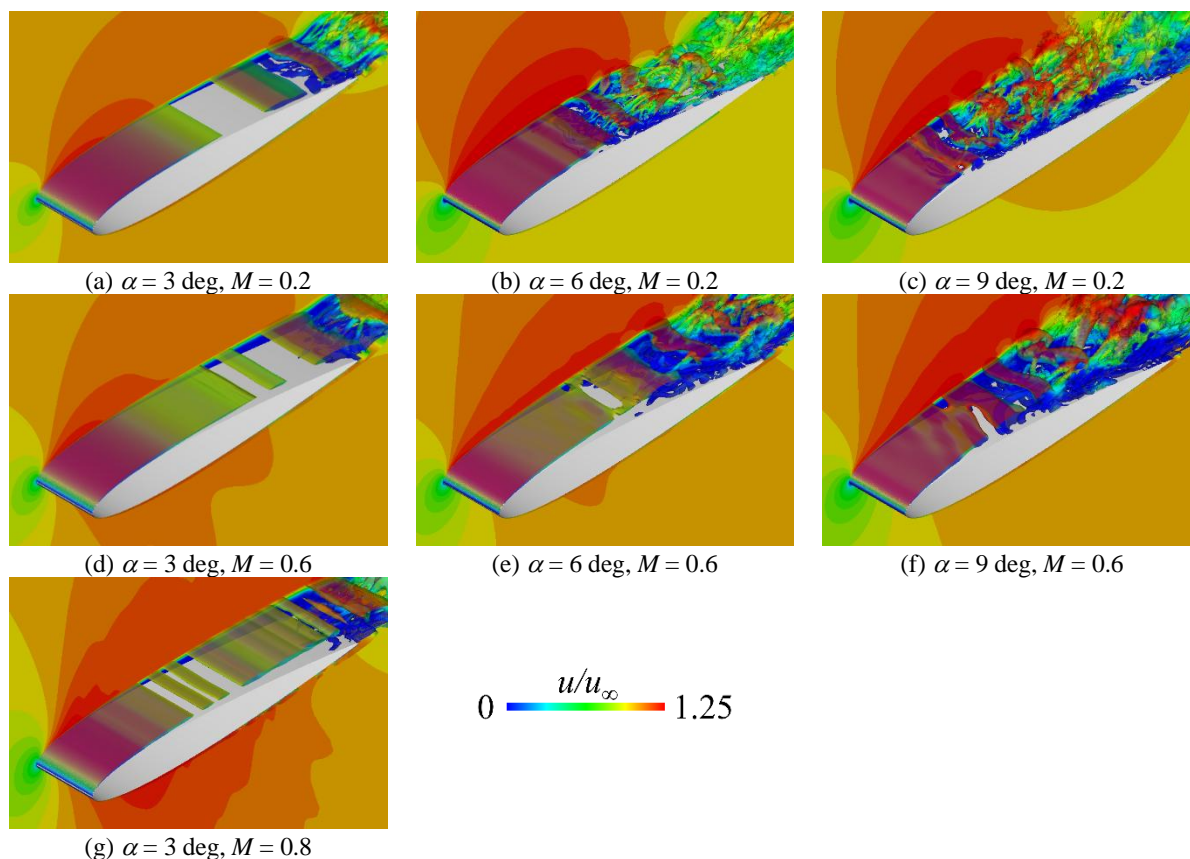


Fig. 3 Instantaneous velocity fields and vortical structure of flow around NACA0012 airfoil visualized by the second invariant of the velocity gradient tensor (perspective view). The threshold of the isosurface is $Q/u_\infty^2 = 5$.

Figure 4にNACA0006翼型周り流れの瞬間場を示す。 $M_\infty = 0.2$ における迎角の効果を議論する。 $\alpha = 3 \text{ deg}$ では翼上面で渦が発生せず、翼の後流で2次元性の強いロール渦が発生する。また、後縁付近での剥離が生じ、再付着しない。Figure 4(b)に示す $\alpha = 6 \text{ deg}$ のケースでは、 $\alpha = 3 \text{ deg}$ と比較し、より前縁側で剥離が生じる。また、2次元的な渦は前縁付近で崩壊し、ヘアピン渦を形成する。Figure 4(c)に示す $\alpha = 9 \text{ deg}$ のケースでは、 $\alpha = 6 \text{ deg}$ のケースに比べ、さらに前縁側で剥離が生じ、2次元渦構造、3次元渦構造が形成される位置も $\alpha = 6 \text{ deg}$ より前縁側に位置する。さらに、乱流領域は壁面から離れる方向へ拡大する。

NACA0006翼型の $\alpha = 3 \text{ deg}$ におけるマッハ数効果

について議論する。Figure 4(a), (d), (g)より、 $M_\infty = 0.8$ では、翼後流でロール渦が崩壊して3次元渦が形成される。 $\alpha = 6 \text{ deg}$ でのマッハ数効果に関しては、マッハ数が大きい方が2次元渦構造および3次元渦構造の形成が後縁側に位置する。また、乱流領域は拡大する。 $\alpha = 9 \text{ deg}$ に関しては、 $\alpha = 6 \text{ deg}$ での傾向に近く、マッハ数が大きい方が、2次元渦構造および3次元渦構造の形成領域が後縁側に位置する。ただし形成される渦構造の大きさは同程度である。

マッハ数効果に対する翼厚の影響については、 $\alpha = 6 \text{ deg}$, $\alpha = 9 \text{ deg}$ においては、NACA0012翼型の方がNACA0006翼型より渦の形成位置に対するマッハ数効果が大きく、NACA0012翼型の方がマッハ数の影

響により渦形成位置が下流側へ大きく移動する。また、マッハ数効果による乱流領域の拡大量も、

NACA0012翼型の方が大きい。

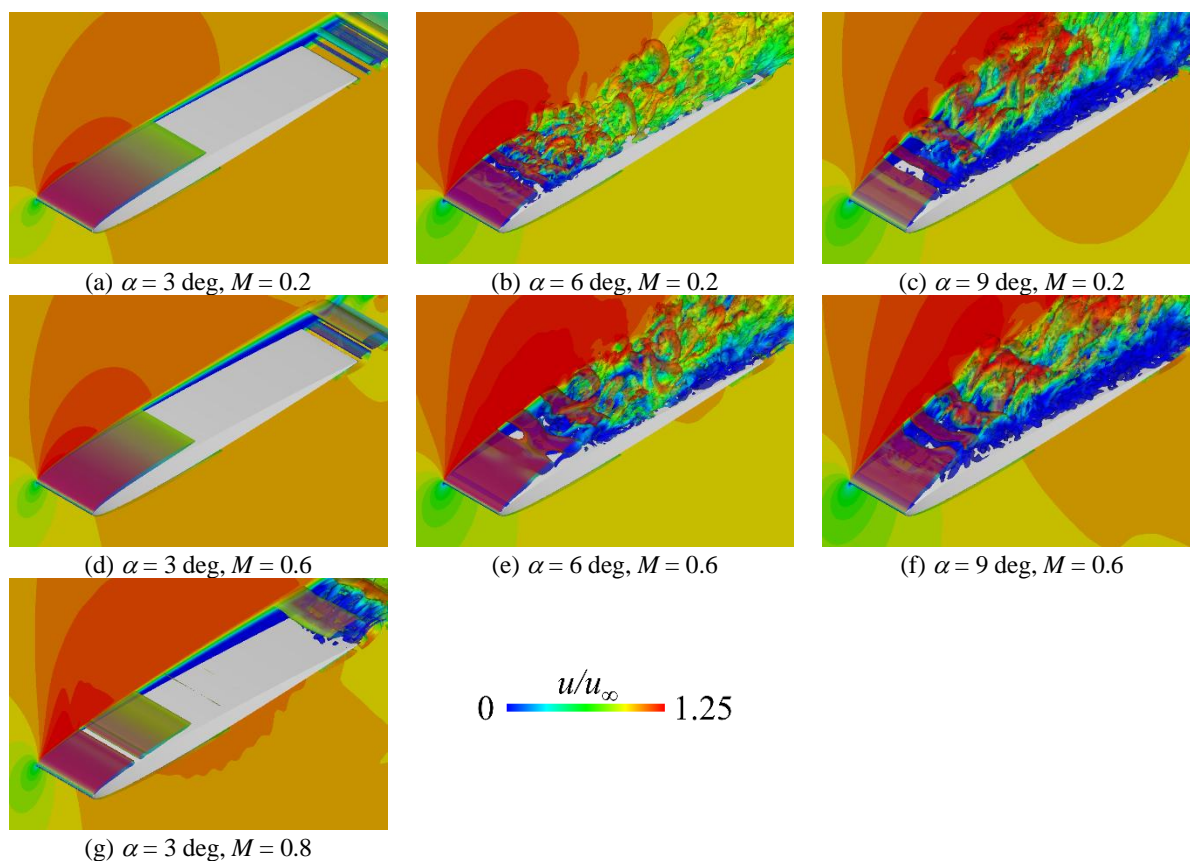


Fig. 4 Instantaneous velocity fields and vortical structure of flow around NACA0006 airfoil visualized by the second invariant of the velocity gradient tensor (perspective view). The threshold of the isosurface is $Q/u_\infty^2 = 5$.

3-2 時間・スパン方向平均主流方向速度場

Figures 5, 6にNACA0012翼型, NACA0006翼型周りの時間・スパン方向平均主流方向速度場をそれぞれ示す。外部流の流線を黒色, 循環流の流線を白色で表示した。NACA0012翼型周り流れでは, $M_\infty = 0.2$, $\alpha = 6$ degのケースにおいては, 剥離流が翼面に再付着する。マッハ数効果に関しては, $\alpha = 3$ degではマッハ数が大きいほど剥離点が前縁側に位置する。 $\alpha = 6$ degでは, マッハ数が大きいほど剥離点は後縁側に位置し, $\alpha = 9$ degでは, マッハ数によって剥離点位置はほとんど変化しない。NACA0006翼型周り流れに関しては, $\alpha = 6$ degにおいていずれのマッハ数でも再付着が生じ, 層流剥離泡がある。また, マッハ数が大きい場合に再付着位置は後縁側に位置し, 層流剥離泡が下流側に伸長する。 $\alpha = 9$ degでは, どちらのケースも複数の再循環領域を持ち, 前縁付近には循環流の流線が翼表面から離れる領域がある。

3-3 圧力係数分布

NACA0012翼型およびNACA0006翼型の各マッハ数における圧力係数 C_p 分布をFigures 7, 8にそれぞれ

示す。Figures 7(a)より, NACA0012翼型の $M_\infty = 0.2$ のケースにおいて, $\alpha = 6-8$ degでは前縁近傍に圧力一定の領域が形成され, その下流で急峻な圧力回復が起こる。また, 迎角が小さい場合には圧力一定領域が下流側まで維持される。 $\alpha = 9$ degでは, 圧力回復は起こらず, 後縁まで低圧領域を保つ。Figures 7(b)より, $M_\infty = 0.6$ のケースにおいては, $\alpha = 6-9$ degで見られた負圧一定の領域がいずれも後縁まで存在する。Figures 8(a)より, NACA0006翼型の $M_\infty = 0.2$ のケースにおいて, NACA0012翼型と同様に, $\alpha = 6-8$ degで前縁近傍に負圧一定の領域が存在し, 急峻な圧力回復が起こる。NACA0012翼型のケースと同様に, 迎角が大きい場合に圧力一定領域が下流側まで維持される。迎角9 degにおいては, 圧力回復は起こらない。Figures 8(b)より, $M_\infty = 0.6$ のケースにおいて, $\alpha = 4-9$ degまでのケースにおいて, 負圧一定の領域が存在する。負圧一定の領域は, $M_\infty = 0.2$ の場合より後縁側まで維持される。そのケースのうち, $\alpha = 4, 5$ degの場合に後縁付近で圧力が回復している。

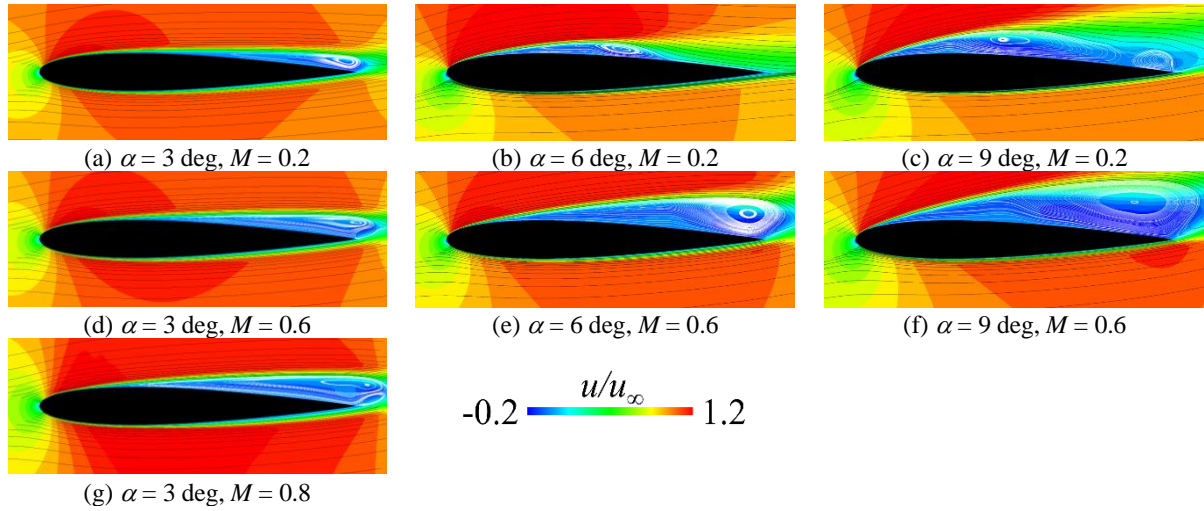


Fig. 5 Time and spanwise averaged streamwise velocity fields around an NACA0012 airfoil.

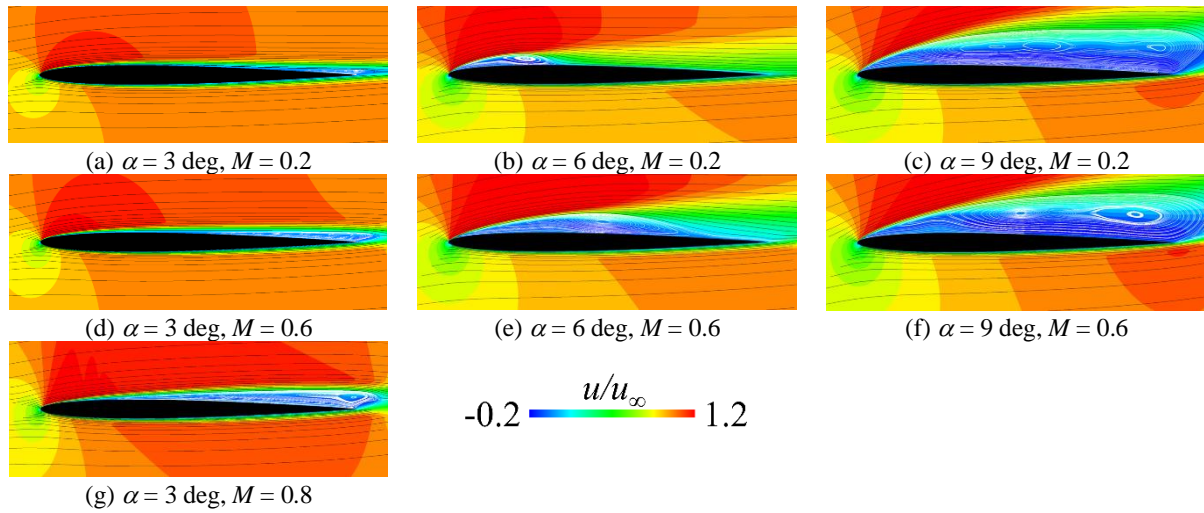


Fig. 6 Time and spanwise averaged streamwise velocity fields around an NACA0006 airfoil.

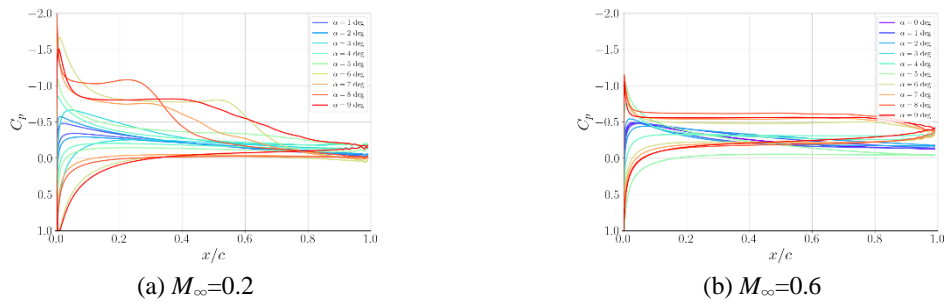


Fig. 7 Pressure coefficient distributions over the NACA0012 airfoil at different Mach numbers.

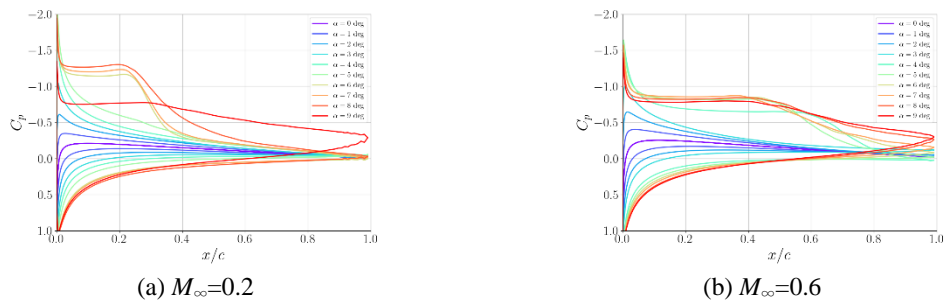
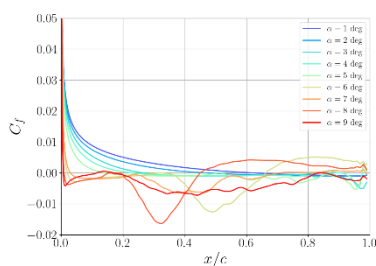


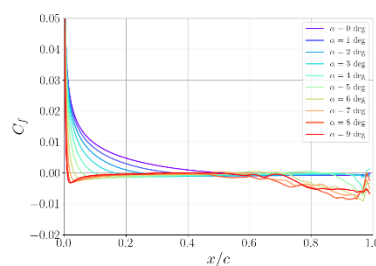
Fig. 8 Pressure coefficient distributions over the NACA0006 airfoil at different Mach numbers.

3-4 摩擦係数分布

NACA0012翼型およびNACA0006翼型の各マッハ数における摩擦係数 C_f 分布をFigures 9, 10にそれぞれ示す。Figures 9(a)に示したNACA0012翼型の $M_\infty=0.2$ のケースにおいて、 $\alpha=6-8$ degの場合にあるところで負の摩擦応力係数の大きさが急増・急減しその下流で0となり符号が反転する。符号が反転する位置は再付着点に対応し、その上流側の摩擦応力係数が急増する場所は乱流遷移位置と関連する。それより上流側は層流の死水域であり、負の摩擦応力を生じるがその大きさは非常に小さい。また、再付着点より下流は乱流領域のため摩擦応力係数が大きい。迎角が小さい場合に壁面摩擦応力の極小値はより後縁側に位置し、乱流遷移が遅れる。Figures 9(b)

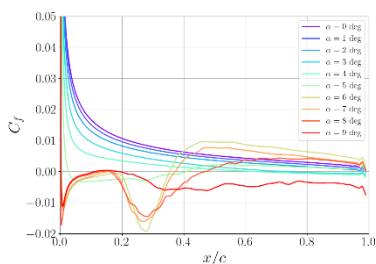


(a) $M_\infty=0.2$

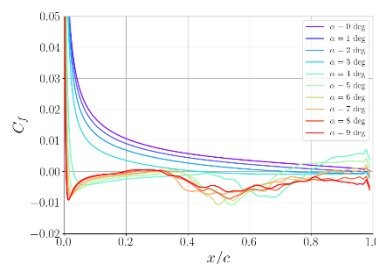


(b) $M_\infty=0.6$

Fig. 9 Skin friction coefficient distributions over the NACA0012 airfoil at different Mach numbers.



(a) $M_\infty=0.2$



(b) $M_\infty=0.6$

Fig. 10 Skin friction coefficient distributions over the NACA0006 airfoil at different Mach numbers.

3-5 剥離点・再付着点位置

壁面摩擦係数 C_f が負になる点を剥離点、負の摩擦応力係数の大きさが急増・急減し符号が反転する点を再付着点とし、NACA0012翼型およびNACA0006翼型における各マッハ数での剥離点および再付着点位置を検出した結果をFigure 11に示す。まず剥離点について議論する。NACA0012翼型において、迎角が大きい場合に剥離点はより前縁側に位置する傾向にある。また、マッハ数が大きい場合に剥離点はより後縁側に位置する傾向にある。NACA0006翼型において、NACA0012翼型と同様に、迎角が大きい場合に剥離点は前縁側、マッハ数が大きい場合に剥離点は後縁側に位置する傾向にある。両翼型の $M_\infty=0.2$ のケースを比較する。NACA0012翼型において、剥離点位置は緩やかな曲線を描く。一方NACA0006翼

より、 $M_\infty=0.6$ のケースにおいて、 $M_\infty=0.2$ のケースよりも後流側で摩擦応力係数が急増する領域が存在する。これはマッハ数の増加に伴い乱流遷移が遅れるためである。Figures 10(a)より、NACA0006翼型の $M_\infty=0.2$ のケースにおいて、NACA0012翼型の場合と同様、 $\alpha=6-8$ degの場合に摩擦応力の急増・急減が発生する。また、符号変化点、つまり再付着点位置は迎角が大きい場合に後縁側に位置する。 $\alpha=9$ degの場合、乱流遷移した後再付着はしない。Figures 10(b)より、 $M_\infty=0.6$ のケースにおいて、 $\alpha=4-7$ degの場合に再付着が起こる。 $M_\infty=0.2$ の場合と同様に、迎角が大きい場合に再付着点位置は後縁側に位置する。また、 $M_\infty=0.2$ のケースよりも後縁側で乱流遷移および再付着が発生する。

型において、 $\alpha=1-4$ degでは後縁剥離するか剥離しない流れであり、 $\alpha=5-9$ degでは非常に前縁に近い位置で剥離する。このことより、 $\alpha=1-4$ degにおいてはNACA0012翼型の方が前縁側で剥離し、 $\alpha=5-9$ degではNACA0006翼型の方が前縁側で剥離する。両翼型の $M_\infty=0.6$ のケースにも同様の傾向がある。 $\alpha=1-3$ degにおいてはNACA0012翼型の方が前縁側で剥離し、 $\alpha=4-9$ degにおいてはNACA0006翼型の方が前縁側で剥離する。これは、薄翼の場合ある迎角までは剥離しにくい流れであるが、ある迎角を越えると前縁剥離となるためである。

続いて再付着点について議論する。再付着点位置は剥離点位置とは異なり、迎角の増加に伴い単調に増加もしくは減少するとは限らない。NACA0012翼型の $M_\infty=0.2$ のケースにおいては、 $\alpha=6-8$ degで再付

着する。 $\alpha = 7 \text{ deg}$ において最も後縁側で付着し、
 $\alpha = 8 \text{ deg}$ において最も前縁側で付着する。
NACA0012翼型の $M_\infty=0.6$ のケースは全ての迎角にお
いて再付着が生じない流れである。 NACA0006翼型
の $M_\infty=0.2$ のケースにおいては、 $\alpha = 6-8 \text{ deg}$ で再付着
する。 また、迎角が大きいかほど再付着点の後縁側に
位置する。 NACA0006翼型の $M_\infty=0.6$ のケースでは、

$\alpha = 4-7 \text{ deg}$ で再付着する。 迎角が大きいかほど再付着
点は後縁側に位置する傾向にあるが、 $\alpha = 5 \text{ deg}$ にお
いて最も前縁側で再付着する。 NACA0006翼型の
 $\alpha = 6, 7 \text{ deg}$ において、マッハ数が多い場合に再付着
点はより後縁側に位置する。 これは3-3で議論し
た通り、マッハ数の増大により剥離泡による低圧領
域が後縁側に伸長するためである。

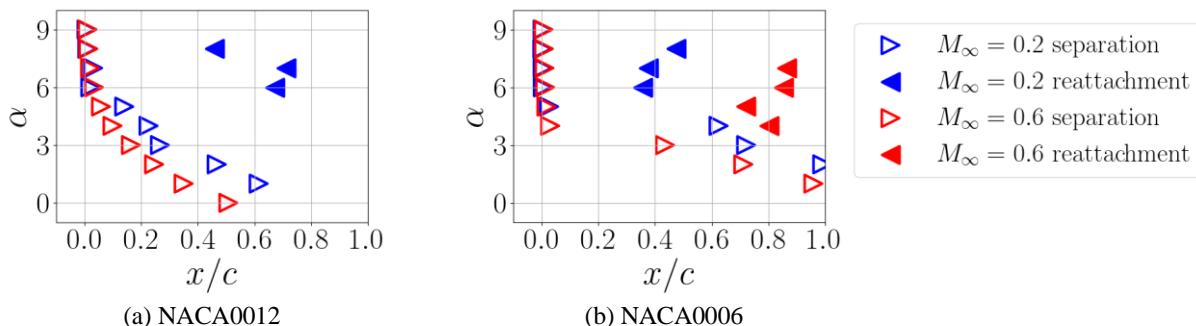


Fig. 11 Separation points for different airfoils.

3-6 揚力・抗力係数

NACA0012とNACA0006における各種空力係数をそれ
ぞれFig7, Fig8に示す。 NACA0012翼型における揚
力係数において、 $M_\infty = 0.6$ の場合は $M_\infty = 0.2$ の場合
に比べて揚力が減少する。 また、 $M_\infty = 0.6$ のケー
スにおいては、迎角が1degか2degの場合に揚力が負に
なる。 抗力係数と圧力抵抗係数はマッハ数が多い

場合に大きい。 このことより、揚抗比はマッハ数が
大きい場合に著しく小さい。 NACA0006翼型におい
て、NACA0012翼型とは対照的に、マッハ数が多い
場合に揚力は大きい。 また、マッハ数が多い場合
に抗力は大きい。 これより、マッハ数の増加によ
る揚抗比の変化はNACA0012翼型のそれほど大き
くない。

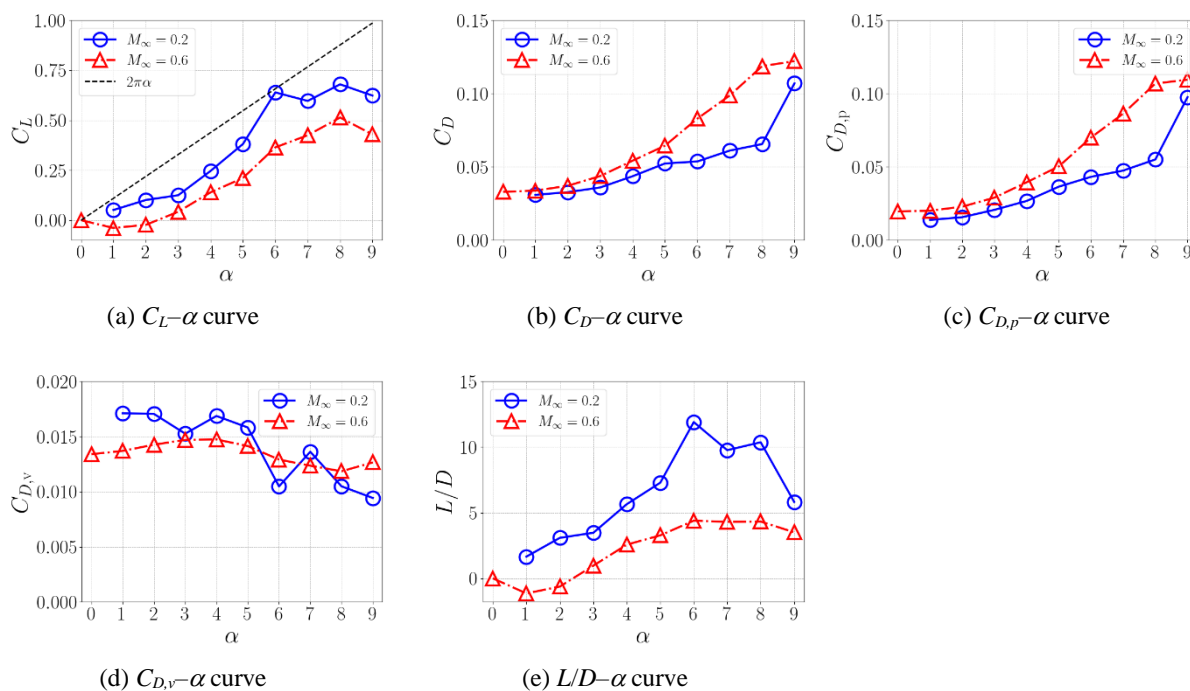


Fig. 12 Aerodynamic characteristics of NACA0012 airfoil for each Mach number.

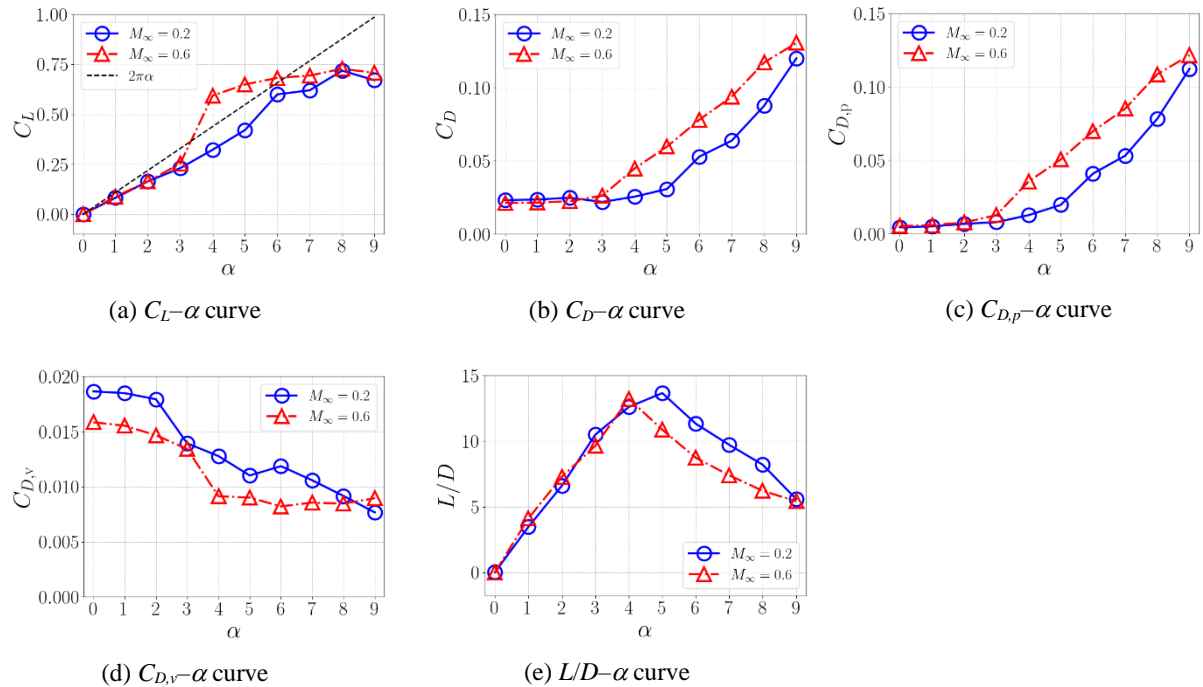


Fig. 13 Aerodynamic characteristics of NACA0006 airfoil for each Mach number.

4. 結論

本研究では、NACA0006 およびNACA0012 翼型周りの低レイノルズ数圧縮性流れに対し数値解析を行い、層流剥離泡や乱流遷移等の低レイノルズ数流れにおける重要な流体現象に対する翼厚、マッハ数、迎角の効果を詳細に明らかにした。

マッハ数の効果に関しては、マッハ数が大きい場合に剥離点や乱流遷移の位置がより後縁側に位置する傾向にある。また、マッハ数の増大により剥離泡による低圧領域はより後縁側に伸長し、それに伴い再付着点もより後縁側に位置する。揚抗比はマッハ数が大きい場合に小さく、これはマッハ数の増加により抗力係数が増加すること起因する。

翼厚の効果に関しては、薄翼の場合に厚翼の場合より、高迎角においてより前縁側で剥離し、高マッハ数においても流れは再付着しやすい。このことより、薄翼の場合はマッハ数の増大による揚力の低下がほとんどなく、ある迎角においては揚力が上昇する。一方、厚翼では高マッハ数で揚力係数が低下し、負になる領域も存在する。これより、低レイノルズ数かつ高マッハ数の条件において、薄翼は厚翼よりも非常に良い揚抗比の特性を示す有利な翼型である。

以上の結果から、翼型周りの低レイノルズ数流れの複雑な流体現象に対する知見を得るとともに、低レイノルズ数翼型の設計に重要な空力特性や流れ場の基礎特性への理解を深めた。

謝辞

本研究は科研費基盤研究B(JP25K00034)および二国間交流事業(JPJSBP12023996)の助成を受けた。また、本研究で行った計算はJAXA所有のスーパーコンピュータシステムJSS3で実行した。ここに謝意を表する。

参考文献

- [1] NASA, Ingenuity mars helicopter, accessed: 2025-02-01 (2025).
URL <https://science.nasa.gov/mission/mars-2020-perseverance/ingenuity-mars-helicopter/>
- [2] Lissaman, P. B. S., "Low-Reynolds-number airfoils," *Annual Review of Fluid Mechanics* **15**, 223–240 (1983).
- [3] Morizawa, S., Nonomura, T., Oyama, A., Fujii, K., and Obayashi, S., "Effect of Mach number on airfoil characteristics at Reynolds number of 300," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences* **61**(6), 258–267 (2018).
- [4] Rolandi, L. V., Jardin, T., Fontane, J., Gressier, J., and Joly, L., "Stability of the low Reynolds number compressible flow past a NACA0012 airfoil," *AIAA Journal* **6**(2), 1052–1066 (2022).
- [5] Munday, P. M., Taira, K., Suwa, T., Numata, D., and Asai, K., "Nonlinear lift on a triangular airfoil in low-Reynolds-number compressible flow," *Journal*

- of Aircraft* **52**(3), 924–931 (2015).
- [6] Désert, T., Jardin, T., Bézard, H., and Moschetta, J. M., “Numerical predictions of low Reynolds number compressible aerodynamics,” *Aerospace Science and Technology* **92**, 258–267 (2019).
 - [7] Caros, L., Buxton, O., Shigeta, T., Nagata, T., Nonomura, T., Asai, K., and Vincent, P., “Direct numerical simulation of flow over a triangular airfoil under Martian conditions,” *AIAA Journal* **6**(7), 3961–3972 (2022).
 - [8] Shigeta, T., Nagata, T., Nonomura, T., and Asai, K., “Enhancement of signal-to-noise ratio of schlieren visualization measurements in low-density wind tunnel tests using modal decomposition,” *Journal of Visualization* **25**, 697–712 (2022).
 - [9] Anyoji, M., Numata, D., Nagai, H., and Asai, K., “Pressure-sensitive paint technique for surface pressure measurements in a low-density wind tunnel,” *Journal of Visualization*, **18**(2), 297–39 (2015).
 - [10] Kusama, K., Nagata, T., Anyoji, M., Nonomura, T., and Asai, K., “Investigation of Mach number effects on flow over a flat plate at Reynolds number of 1.0×10^4 by schlieren visualization,” *Fluid Dynamic Research* **53**15513 (2021).
 - [11] H. Mukohara, M. Anyoji, Computational analysis of compressibility effect on flow field and aerodynamics at low Reynolds numbers, *Physics of Fluids* **34**, 056109 (2022).
 - [12] Nagata, T. and Nonomura, T., “Implicit large-eddy simulation of subsonic compressible low Reynolds number flow over a flat plate at $Re = 20,000$,” 75th Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics, Indianapolis, USA, November 2022.
 - [13] Mark Drela. “Transonic low-Reynolds number airfoils,” *Journal of Aircraft*, **29**(6), 1106–1113 (1992).
 - [14] Morizawa, S., Nonomura, T., Oyama, A., Fujii, K., and Obayashi, S., “Effect of Mach number on airfoil characteristics at Reynolds number of 300,” *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences* **61**(6), 258–267 (2018).
 - [15] Fujii, K., “Developing an accurate and efficient method for compressible flow simulations - example of CFD in aeronautics-,” The Proceedings: Fifth international Conference on Numerical Ship Hydrodynamics (199).
 - [16] Lele, S. K., “Compact finite difference schemes with spectral-like resolution,” *Journal of Computational Physics* **103**, 16–42 (1992).
 - [17] Gaitonde, D. V. and Visbal, M. R. “Pade-type higher-order boundary filters for the Navier–Stokes equations,” *AIAA Journal* **38**, 2103–2112 (2000).
 - [18] Abe, Y., Iizuka, N., Nonomura, T., and Fujii, K. “Geometric interpretations and spatial symmetry property of metrics in the conservative form for high-order finite-difference schemes on moving and deforming grids,” *Journal of Computational Physics* **26**, 163–203 (2013).
 - [19] Obayashi, S., Fujii, K., and Gavali, S., “Navier–Stokes simulation of wind-tunnel flow using LU-ADI factorization algorithm,” Report No. NASA TM-100042 (1988).
 - [20] Nishida, H. and Nonomura, T., “ADI-SGS scheme on ideal magnetohydrodynamics,” *Journal of Computational Physics* **228**, 3182–3188 (2009).
 - [21] Chakravarthy, S. R., “Relaxation methods for unfactored implicit upwind schemes,” AIAA Paper No. 1984-0165 (1984).
 - [22] Visbal, M. R. and Rizzetta, D. P., “Large-eddy simulation on general geometries using compact differencing and filtering schemes,” In AIAA-2002-288 (2002).
 - [23] Kawai, S., Shankar, S. K., and Lele, S. K., “Assessment of localized artificial diffusivity scheme for large-eddy simulation of compressible turbulent flow,” *Journal of Computational Physics* **229**, 1739–1762 (2010).
 - [24] Kojima, R., Nonomura, T., Oyama, A., Fujii, K., “Large-eddy simulation of low-Reynolds number flow over thick and thin NACA airfoils,” *Journal of Aircraft* **50** 187–196 (2013).
 - [25] Sandham, N. D., and Reynolds, W. C., “Three-dimensional simulations of large eddies in the compressible mixing layer,” *Journal of Fluid Mechanics* **224**, 133–158. (1991).
 - [26] Sandham, N. D., and Reynolds, W. C., “Compressible Mixing Layer: Linear Theory and Direct Simulation,” *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 4, 618–624. (1990).