

1E05 PICシミュレーションによる電離圏プラズマ中の 電子ビーム収束に関する数値解析

○榊原堅心，森浩一（大阪公立大学）

Numerical Analysis of Electron Beam Guidance by Millimeter-Wave Fields in Ionospheric Plasma Using PIC Simulation
Kenshin Sakakibara and Koichi Mori (Osaka Metropolitan University)

Key Words : Plasma, Numerical Analysis, PIC

Abstract

We investigate the removal of space debris via orbit modification induced by electron-beam ablation. Electron beams tend to diverge due to two-stream instability when transitioning to turbulent states in plasma. We propose a method to guide diverging electron beams by applying millimeter-wave fields from above and below, using the ponderomotive force generated by these electromagnetic fields along the beam direction. By using PIC simulations, we found that when the wavelength is 5 mm and the intensity is 5.0×10^6 W/cm², the ponderomotive force exceeds the Coulomb force, enabling the electron beam to be effectively guided without splitting caused by interference between millimeter-wave fields.

1. はじめに

近年，宇宙開発の進展によりスペースデブリの増加が問題となっている．従来の解決策であるレーザーアブレーションは高出力化が課題であるため，本研究ではより高効率な「電子ビームアブレーション推進」を提案した．この手法は電離圏プラズマを利用するものであり，デブリ除去に加え新たな推進や電力伝送技術への応用が期待される．ここで，電子ビームの長距離伝播にはプラズマ中において発散・減衰が起こるという課題がある．先行研究では，電子ビームの層流領域において，背景の電子数密度が増加するにつれて，電子ビームの発散が抑制されることが分かっている¹⁾．しかし，電子ビームが層流から乱流へ遷移すると二流体不安定のために著しく発散する．

そこで本研究では，電子ビームが乱流に遷移した後の不安定な状態においても電子ビームを収束せられる方法を検討した．具体的には，図1に示すように，電子ビームと同じ方向に上下2本のミリ波ビームを打ち，ミリ波の電磁場によるポンデロモータイプ力を利用する方法である．ポンデロモータイプ力とは，電磁場が作り出す電場の振動による荷電粒子への影響により生じる，電場の強い領域から弱い領域へと荷電粒子が押し出される時間平均的な力であり，以下のような式で示される²⁾．

$$F_p = -\frac{q_e^2}{4m_e\omega^2}\nabla E^2 \quad (1)$$

以上の方法による電子ビームの収束を目的として，PIC法を用いた数値解析を行った．

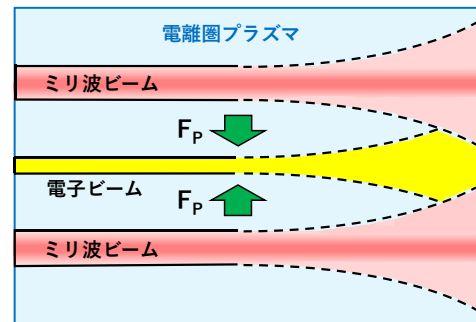


図1 概念図

2. 解析手法

2. 1 解析方法

オープンソースのParticle-in-Cell(PIC)解析コードであるExtendable PIC Open Collaboration(EPOCH)³⁾を用いて，二次元空間・三速度成分(2D3V)系における粒子の数値解析を行った．本研究で用いたEPOCHはカーティシアン座標系に基づいたPIC法を採用している．電磁場の時間発展には，Maxwell方程式を差分近似した有限差分時間領域法(Finite-Difference Time-Domain法，FDTD)⁴⁾を用いており，この方法では，以下のような形のMaxwell方程式を時間・空間に離散化し，電場 \mathbf{E} および磁場 \mathbf{B} を逐次更新する．

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c^2 \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\mathbf{J}}{\epsilon_0} \quad (3)$$

一方、荷電粒子の運動はローレンツ力に基づく運動方程式

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

に従って記述され、数値的には、エネルギー保存性に優れるBuneman-Boris法⁵⁾を用いて時間積分される。

2. 2 解析領域と背景プラズマの構成

本研究では、基準となる解析領域を図2の模式図に示す通り、 x 方向に1000mm、 y 方向に600mmの二次元領域と設定した。粒子に対しては解放境界条件を適用しており、粒子が境界に達し、領域外へと流出した際にはシステムから削除される。一方で、このままでは背景プラズマ粒子が解析領域外に流出し、全体数が減少するため、解析領域を囲む全ての境界において、背景プラズマ粒子と等しい温度を有する粒子を常時流入し、背景プラズマ粒子の数を一定に保っている。

解析領域内の背景プラズマ粒子は電離圏を想定し、正電荷を持つ酸素イオン O^+ と背景電子 e^- を設定した。酸素イオンおよび背景電子の数密度はともに $n_{o+} = n_e = 1.0 \times 10^{11} [\text{m}^{-3}]$ とし、それぞれの温度は酸素イオンについては $T_{o+} = 10^2 [\text{K}]$ 、背景電子については、 $T_e = 10^3 [\text{K}]$ に設定した。なお、実際の電離圏におけるプラズマ特性は高度や条件によって変動するが、本研究では中性粒子との衝突断面積が小さいことから、無衝突プラズマを仮定している。

2. 3 電子ビームの設定

図2に示す解析領域の原点 O において、幅10mmの電子ビームを x 軸正方向へと入射した。電子ビームは初期値として y 方向に均一な速度 v_b をもたせ、これを 10^6m/s とした。また、電子ビームの温度 T_b は 0K と仮定し、電子ビーム数密度は $n_b = 2.0 \times 10^{11} \text{m}^{-3}$ とした。

2. 4 ミリ波ビームの設定

ミリ波ビームは、図2に示すように電子ビームの上下に1本ずつ計2本を、強度に y 方向のガウス分布を持たせた形で x 軸正方向へと入射した。それぞれのビーム入射位置は原点から $\pm y_l [\text{mm}]$ とした。また、ミリ波ビームの強度分布はEPOCHにおける以下のようなガウス関数で表現される。

$$f(y) = \exp\left(-\frac{(y - y_l)^2}{w_l^2}\right) \quad (5)$$

ここで、 y_l はビームの中心位置、 w_l は分布の幅を表す。さらに、 x 方向に伝播するガウスビームの、位置 x におけるビーム半径は以下の式で与えられる⁶⁾。

$$w(x) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_l(x - x_0)}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad (6)$$

ここで、 w_0 はミリ波ビームの最小半径、 λ_l はミリ波の波長、 x_0 はビームが最小半径を持つ位置(焦点位置)である。本研究においては、焦点位置をミリ波ビームの入射位置に一致させるように設定しているため $w_0 = w_l/2$ 、 $x_0 = 0$ である。ミリ波ビームのパラメータとして、波長 λ_l 、強度 I_l を各計算ケースで変化させて解析を行った。

2. 5 数値計算条件

粒子および電磁場の時間発展には、PIC法を用いる。このPIC法においては、非物理的な解を回避するために、デバイ長 λ_D およびプラズマ振動数 ω_{pe} に基づいて計算格子間隔、計算時間幅 $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ を設定しなければならない。デバイ長 λ_D 、プラズマ振動数 ω_{pe} は以下の式で示される⁷⁾。

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e q_e^2}} \quad (7)$$

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e q_e^2}{m_e \epsilon_0}} \quad (8)$$

このとき、 $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ は以下の条件を満たす必要がある。

$$\Delta x, \Delta y < \lambda_D \quad (9)$$

$$\Delta t < \frac{2\pi}{\omega_{pe}} \quad (10)$$

さらに、計算格子間隔に関してはナイキスト条件も考慮する必要がある。ナイキスト条件は、離散化された数値空間で波動の情報を正確に表現するための基準であり、「サンプリング周波数 f_s は信号に含まれる最大周波数 f_M の2倍より大きくななければならない($f_s > 2f_M$)」というものである。本研究では、このナイキスト条件を考慮して、ミリ波ビームの波長 λ_l に対して計算格子間隔を以下のように設定した。

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\lambda_l}{10} \quad (11)$$

これはナイキスト条件($\Delta x = \Delta y < \lambda_l/2$)を満たすとともに、本研究の条件において、デバイ長による条件である式(9)の条件も満たしている。

時間幅 Δt に関しては、数値的安全性を保証するCFL条件を2次元系に対して考慮した。CFL条件は、光速 c と計算格子間隔 $\Delta x, \Delta y$ に基づいて以下のように定義される。

$$\Delta t < \frac{1}{c\sqrt{\Delta x^{-2} + \Delta y^{-2}}} \quad (12)$$

本研究では、クーラン数を0.95とし、数値解析の安定

性を確保した.

$$\Delta t = 0.95 \times \frac{1}{c\sqrt{\Delta x^{-2} + \Delta y^{-2}}}$$

(13)

また, 計算結果の出力間隔 Δt_{output} は, プラズマ振動数に対応させ, 以下のように設定した.

$$\Delta t_{output} = \frac{1}{\omega_{pe}} = 5.6 \times 10^{-8} [\text{s}]$$

(14)

さらに, 解析終了時刻 t_{end} は

$$t_{end} = 100 \times \Delta t_{output}$$

(15)

とした.

背景プラズマと電子ビームの解析条件を以下の表 1 に示す. 本研究では, これらの条件は固定して数値解析を行った.

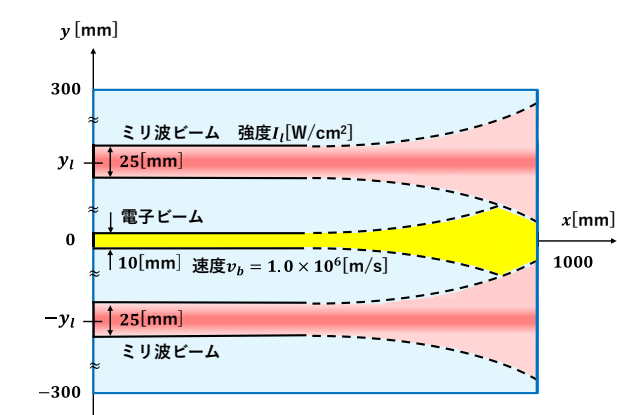


図 2 解析条件の模式図

表 1 背景プラズマと電子ビームの解析条件

	電子ビーム (<i>b</i>)	背景電子 <i>e</i> ⁻ (<i>e</i>)	酸素イオン <i>O</i> ⁺ (<i>o</i> +)
質量 <i>m</i> _{<i>b,e,o</i>+} [kg]	9.11×10^{-31}	9.11×10^{-31}	2.66×10^{-26}
個数密度 <i>n</i> _{<i>b,e,o</i>+} [m ⁻³]	2.0×10^{11}	1.0×10^{11}	1.0×10^{11}
温度 <i>T</i> _{<i>b,e,o</i>+} [K]	0	1.0×10^3	1.0×10^2
ビーム速度 <i>v</i> _{<i>b</i>} [m/s]	1.0×10^6	-	-
ビーム幅 <i>w</i> _{<i>b</i>} [mm]	10	-	-

2. 6 計算ケース

本研究では, ミリ波ビームによる電子ビームの収束を調べるため, まずは電子ビームのみを解析領域に入射したCase(1)の解析を行った. それに加え, 電子ビームと同時にミリ波ビームを様々な条件で入射したCase(2)～Case(4)の解析を行った.

以下の表 2 に各計算ケースにおけるミリ波ビームの条件を示す.

表 2 各計算ケースにおけるミリ波ビームの条件

Case	波長 λ_l [mm]	強度 I_l [W/cm ²]	入射位置 y_l [mm]	幅 w_l [mm]
(1)	-	-	-	-
(2)	10	5.0×10^5	± 100	25
(3)	5	5.0×10^5	± 100	25
(4)	5	5.0×10^6	± 100	25

3. 結果

以下では、表2に示した4つの計算ケースにおける解析結果を図3～6に示す。

3. 1 Case(1)の結果（図3）

Case(1)の結果を図3に示す。図3の(a)は背景電子の数密度等高線図を、(b)は電子ビームの数密度等高線図を表しており、どちらも単位は $[m^{-3}]$ である。(c)では、(b)に赤線で示した位置 x における y 方向断面の電子ビーム数密度の時間平均を示している。

Case(1)では、ミリ波ビームを入射せず、電子ビームのみを解析領域に入射した。(b)から分かるように、 $x=200mm$ を超えた辺りから電子ビームが y 方向に広がりはじめ、 $x=400mm$ 付近で電子ビームが不安定化し、発散した。また(c)を見ると、 $x=900mm$ では電子ビームが発散し数密度が全体的に減少していることが分かる。

3. 2 Case(2)の結果（図4）

Case(2)の結果を図4に示す。図4の(a), (b), (c)は、図3の(a), (b), (c)と同様にそれぞれ、背景電子数密度、電子ビーム数密度、電子ビーム数密度の時間平均を示している。それらに加えて、(d)ではミリ波ビームによる y 方向の電場分布を示しており、単位は $[V/m]$ である。Case(2)以降では、電子ビームとミリ波ビームを同時に入射した。

(a), (b), (c)からは、背景電子数密度分布と電子ビーム単数密度分布がどちらも途中から分裂していることが分かる。また、(d)からは、上下のミリ波ビームによる y 方向の電場が広がり、途中から干渉していることが読み取れる。

ここで、式(6)を用いてCase(2)の条件下でミリ波ビームの広がり $y=0$ (x 軸)に達する位置を計算した結果、約 $x=390mm$ となった。この結果は、(d)の赤点線で示した電場分布の広がりとはよく一致しており、理論値とよく対応していることが分かる。さらに(d)を見ると、ミリ波の干渉後、 x 軸を中心に新たな電場勾配が形成されていることが分かる。この新たな電場勾配によって発生したポンデロモーティブ力の影響で、電子ビームが分裂し、縞模様の数密度分布になったと考えられる。

3. 3 Case(3)の結果（図5）

Case(3)の結果を図5に示す。図5の(a), (b), (c), (d)については、図4の(a), (b), (c), (d)と同様のものを示している。

(a), (b)を見ると背景電子、電子ビームは共に分裂しておらず、Case(1)にくらべて電子ビームの発散するタイミングが遅くなっていることが分かる。また、(c)

からは $x=900mm$ の位置においても電子ビームの数密度がある程度 x 軸中心に残っていることが分かる。ここでCase(2)と同様に、式(6)を用いてCase(3)の条件下でミリ波ビームの広がり $y=0$ (x 軸)に達する位置を計算した結果、約 $x=780mm$ となった。この結果についても、(d)の赤点線で示した電場分布の広がりとはよく一致しており、理論値とよく対応していることが分かる。このCase(3)においては、ミリ波が干渉するタイミングがcase(2)に比べて遅く、新たに大きな電場分布が発生することがなかったため、電子ビームが分裂しなかったと考えられる。

3. 4 Case(4)の結果（図6）

Case(4)の結果を図6に示す。図6の(a), (b), (c), (d)についてもCase(2), (3)の(a), (b), (c), (d)と同様のものを示している。

(a), (b)を見ると、電子ビームが収束している様子が定性的に読み取れる。また、(c)からは、電子ビーム数密度が $x=900mm$ においても約 $y=\pm 80mm$ 以内に集まっていることが分かる。Case(1)の結果と比較すると、上下2本のミリ波ビームによって電子ビームが y 方向に収束したと考えられる。また、ミリ波ビームの広がり $y=0$ (x 軸)に達する位置はCase(3)と同様約 $x=780mm$ であり、(d)と比較して理論値とよく一致していることが分かる。Case(4)についてもCase(3)と同様に、ミリ波の干渉による新たな電場勾配が発生しなかったため、電子ビームの分裂も起きなかったと考えられる。

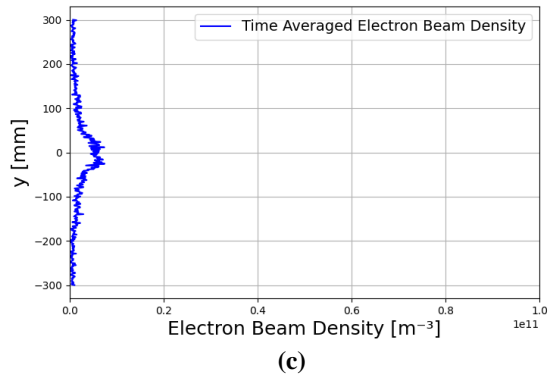
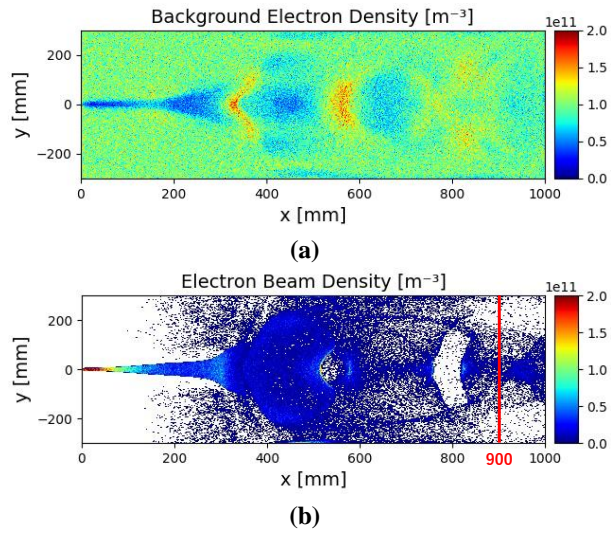


図3 Case(1) :

- (a) 背景電子の数密度等高線図
- (b) 電子ビームの数密度等高線図
- (c) 電子ビーム数密度の時間平均 ($x = 900$ mm)

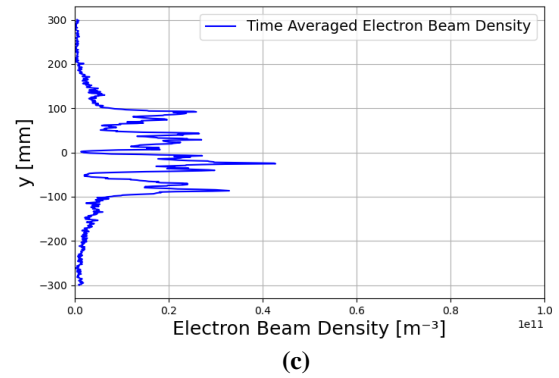
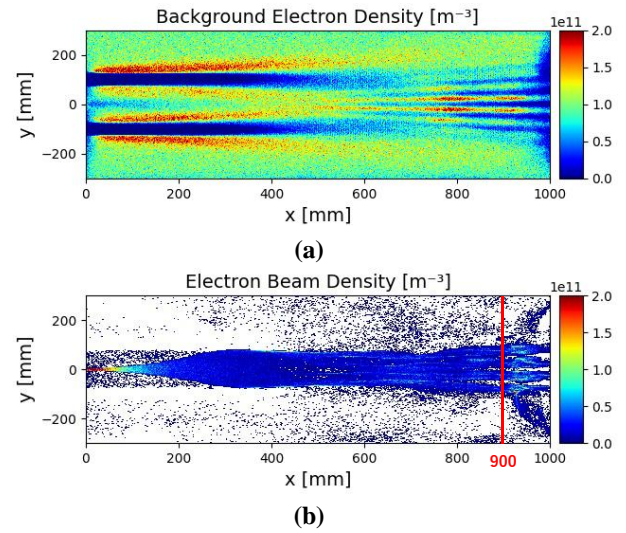
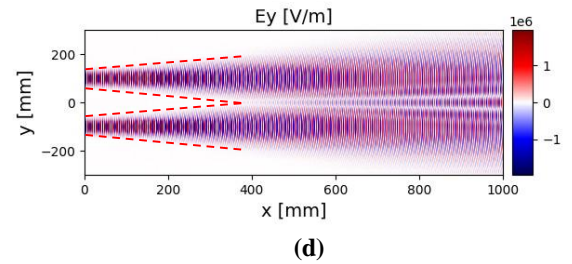


図4 Case(2) :

- (a) 背景電子の数密度等高線図
- (b) 電子ビームの数密度等高線図
- (c) 電子ビーム数密度の時間平均 ($x = 900$ mm)
- (d) ミリ波ビームによる y 方向電場分布



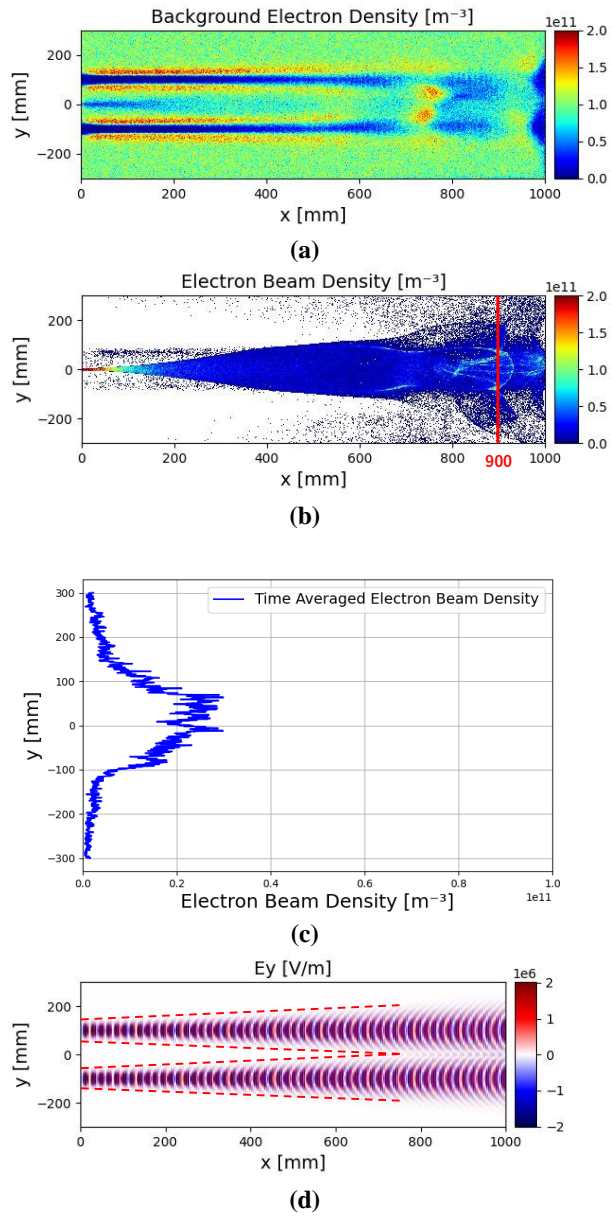


図5 Case(3) :

- (a) 背景電子の数密度等高線図
- (b) 電子ビームの数密度等高線図
- (c) 電子ビーム数密度の時間平均 ($x = 900\text{mm}$)
- (d) ミリ波ビームによるy方向電場分布

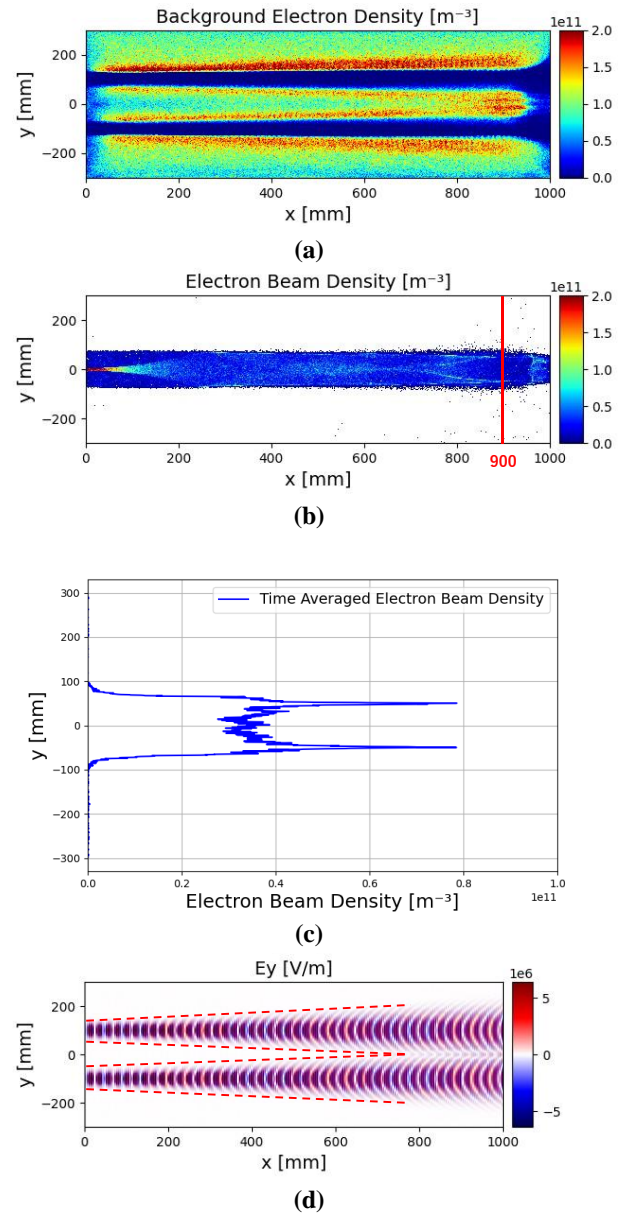


図6 Case(4) :

- (a) 背景電子の数密度等高線図
- (b) 電子ビームの数密度等高線図
- (c) 電子ビーム数密度の時間平均 ($x = 900\text{mm}$)
- (d) ミリ波ビームによるy方向電場分布

4. 電子ビーム収束に関する考察

電子ビームが発散する原因として、電子ビーム中の電子同士のクーロン力による斥力が考えられる。そこで、発散力であるクーロン力と収束力であるポンドロモーティブ力の大きさを定量的に考察する。今回は対称性から、 $y > 0$ の領域のみを考える。

まず、ミリ波ビームによるポンドロモーティブ力の式を考える。ミリ波の強度 I は電場 E を用いて以下のように表せる⁸⁾。

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} E^2 \quad (16)$$

以上から、式(1), (5), (16)を整理すると本研究でのポンドロモーティブ力は次のような式で表せる。

$$F_P(y) = \frac{q_e^2}{4m_e \left(\frac{2\pi c}{\lambda_l}\right)^2} \cdot \frac{4(y - y_l)}{w_l^2} \cdot \frac{I_l}{\epsilon_0 c} \exp\left(-\frac{(y - y_l)^2}{w_l^2}\right) \quad (17)$$

このように、 y 方向のポンドロモーティブ力は位置 y の関数として表すことができ、ミリ波の波長 λ_l の2乗と、ミリ波の強度 I_l に比例することが分かる。また、この式から、 y が正の領域でポンドロモーティブ力が最大となる y' のは、 $y' = y_l - w_l/\sqrt{2}$ であることが分かる。本研究の条件を考えると、

$$y' = y_l - \frac{w_l}{\sqrt{2}} = 100 - \frac{25}{\sqrt{2}} \approx 82\text{mm} \quad (18)$$

と計算できる。したがって、 $y'=82\text{mm}$ においてポンドロモーティブ力は最大となる。発散力と収束力の大小関係を調べるため、図7に示すように、 $y'=82\text{mm}$ でのクーロン力とポンドロモーティブ力を比較する。式(17)を用いてCase(2), (3), (4)における $y = y'$ におけるポンドロモーティブ力を計算した結果を表4に示す。

次に、電子のクーロン力を計算する。電子ビームの発散・収束を考えるため、今回電子ビームの端の部分におけるクーロン力を考える。イオンは電子に比べて質量が大きいため、動かないと仮定すると、電子ビームが通った範囲には、電子ビームの電子と、一価の酸素イオン O^+ が存在すると考えられる。ここでポアソン方程式を考えると、

$$\frac{dE}{dy} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{q_e(n_{o+} - n_b)}{\epsilon_0} \quad (19)$$

となる。したがって、 y' における電場は

$$E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot y' = \frac{q_e(n_{o+} - n_b)}{\epsilon_0} \cdot y' \quad (20)$$

と表せる。よって、式(20)を用いてクーロン力 F_C を計算すると

$$F_C = -q_e E \approx 2.4 \times 10^{-17} [\text{N}] \quad (21)$$

と求められる。以上で計算した F_C についても表4に示す。

これらの結果からCase(2)では $F_C < F_P$ であるため、

収束力のほうが大きい、上下のミリ波ビームの発散、干渉により電子ビームが分裂したと考えられる。図4の(b), (c)からも電子ビームが分裂していることが分かる。

また、Case(3)では $F_C > F_P$ であるため、発散力のほうが大きく、図5の(b), (c)から分かるように電子ビームを完全に収束できなかったと考えられる。

一方Case(4)では、 $F_C < F_P$ であるため収束力が発散力を上回り、上下のミリ波ビームの干渉による新たな電場の発生がないため、電子ビームが一本に収束したと考えられる。そのため図6の(c)から分かるように、電子ビームの数密度が $y = \pm 80\text{mm}$ 付近までに収まる結果になったと考えられる。

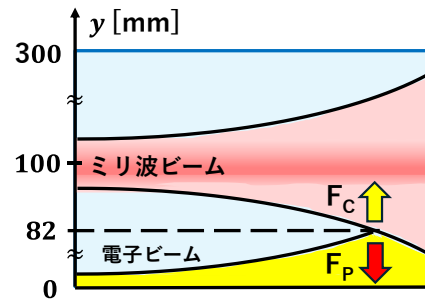


図7 考察の模式図

表4 $y' = 82\text{mm}$ における F_C と F_P

Case	F_C [N] (発散力)	F_P [N] (収束力)
(2)	2.4×10^{-17}	2.6×10^{-17}
(3)	2.4×10^{-17}	6.4×10^{-18}
(4)	2.4×10^{-17}	6.4×10^{-17}

4. 結言

本研究では、ミリ波ビームのポンデロモータイプ力を利用した電子ビームの収束について、PICシミュレーションを用いて解析を行った。その結果、本研究の解析条件の下で、以下の知見が得られた。

- ・ ミリ波ビームの条件を波長 $\lambda_l = 10\text{mm}$ 、強度 $I_l = 5.0 \times 10^5 \text{W/cm}^2$ とすると、ポンデロモータイプ力がクーロン力より大きくなる。しかし上下のミリ波は $x = 390\text{mm}$ 付近で接触し、その後干渉により電場が縞模様分布する。これにより電子ビームは分裂する。
- ・ ミリ波ビームの条件を波長 $\lambda_l = 5\text{mm}$ 、強度 $I_l = 5.0 \times 10^5 \text{W/cm}^2$ とすると、ポンデロモータイプ力がクーロン力より小さくなる。そのため、上下のミリ波の干渉による電子ビームの分裂は発生しないが、完全に電子ビームを収束することはできない。
- ・ ミリ波ビームの条件を波長 $\lambda_l = 5\text{mm}$ 、強度 $I_l = 5.0 \times 10^6 \text{W/cm}^2$ とすると、ポンデロモータイプ力がクーロン力より大きくなる。さらに、上下のミリ波の干渉による電子ビームの分裂も発生せず、ポンデロモータイプ力による電子ビームの収束が実現できる。

謝辞

本研究は、防衛装備庁が実施する安全保障技術研究推進制度の支援を受けた。

参考文献

- 1) Nishio, K. and Mori, K., “A PIC Study of the Electron Beam Propagation Through the Ionospheric Plasma,” *AIAA Paper 2025-2658*, 2025, <https://doi.org/10.2514/6.2025-2658>.
- 2) W. L. Kruer, *THE PHYSICS OF LASER PLASMA INTERACTIONS*, Frontiers Media S.A., 2003.
- 3) T. D. Arber, K. Bennett, C. S. Brady, A. Lawrence-Douglas, M.G. Ramsay, N.J. Sircombe, P. Gillies, R.G.Evans, H. Schmitz, A.R. Bell and C.P Ridgers, “Contemporary particle-in-cell approach to laser plasma modeling,” *Plasma Physics & Controlled Fusion*, Vol. 57, No. 11, Sep 2015. doi:10.1088/0741-3335/57/11/113001
- 4) Yee Kane, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media,” *IEEE Trans Antennas and Propagation*, Vol. 14, No.3, pp. 302-307, 1966. doi: 10.1109/TAP.1966.1138693
- 5) John Villasenor., Oscar Buneman ‘Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers’,

Computer Physics Communications, Vol. 69, No. 2-3, March-April 1992, pp. 306-316.

doi: 10.1016/0010-4655(92)90169-Y

- 6) 霜田光一：レーザー物理入門，岩波書店，1983，pp. 62-67.
- 7) 川田重夫：プラズマ入門第2版，森北出版，2016，pp. 4-8.
- 8) 西原浩，岡村康行，森下克己：工学基礎シリーズ光・電磁波工学，オーム社，2020，pp.34-36.